

UNIVERSIDAD DE MANAGUA

El más alto nivel



PRÁCTICAS DE IO CON POM-QM

Material didáctico para los estudiantes que cursan las asignaturas de Investigación de Operaciones. POM-QM es un software de apoyo que contiene los métodos cuantitativos para resolver problemas de INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.

Elaborado por:
MSc. Julio Rito Vargas Avilés

Enero 2014

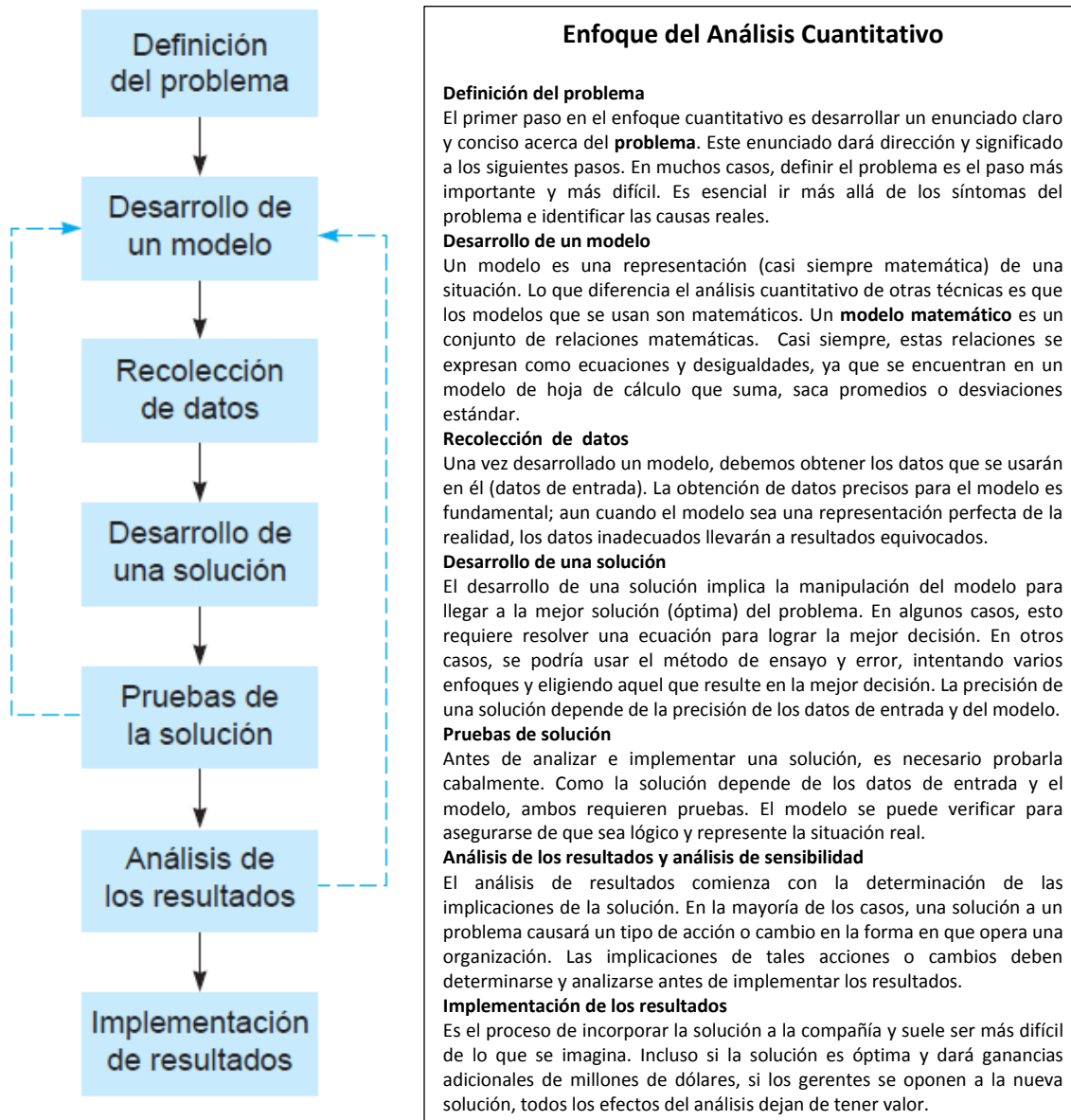
Contenido

- *Modelos y aplicaciones de programación lineal* (página 2)
- *Modelos de Transporte y transbordo* (página 9)
- *Modelos de Asignación* (página 16)
- *Modelos de gestión de proyectos (PERT-CPM)* (página 19)
- *Modelos de Flujo máximo* (página 34)
- *Modelos de Ruta más corta* (página 40)
- *Modelos de Árbol de expansión mínima* (página 30)
- *Modelos del Flujo del costo mínimo* (página 43)
- *Análisis de Decisión* (página 50)
- *Teoría de Juegos* (página 67)
- *Análisis de Markov* (página 70)
- *Modelos de Teoría de Colas y Líneas de Esperas.* (página 77)
- *Bloque de Problemas propuestos de todos los modelos* (página 86)

**RESOLVIENDO PROBLEMAS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES
CON EL APOYO DEL SOFTWARE: POM-QM (ver. 3.1)
(Métodos Cuantitativos para Producción y Gestión de Operaciones)**

Introducción: El software POM-QM (Production and Operations Management, Quantitative Methods) es una herramienta que contiene los principales métodos cuantitativos para las asignaturas de Investigación de operaciones I y II, así como otras propias de la carreras de Ingenierías.

El orden en que exploraremos el software, será en base al orden en que están orientados los temas en las asignaturas de Investigación de operaciones I y II, y para ejemplificar el uso del software, resolveremos problemas propuestos de los libros de textos aprobados en la planificación para el año 2014 y que están disponibles en la biblioteca de la universidad.



Tema 1: Programación lineal: Solución de problemas lineales por método gráfico.

Problema 1 (Libro Investigación de Operaciones/Taha/capítulo 2, Modelado con Programación Lineal – Método gráfico/ página 20/ problema 4).

Una compañía que funciona 10 horas al día fabrica dos productos en tres procesos secuenciales. La siguiente tabla resume los datos del problema:

Producto	Minutos por unidad			Utilidad Unitaria
	Proceso 1	Proceso 2	Proceso 3	
1	10	6	8	\$2
2	5	20	10	\$3

Determine la combinación óptima de los dos productos.

Solución:

Objetivo del problema: maximizar las utilidades diarias.

Restricciones (Sabemos que):

- Se producen dos productos P1 y P2
- P1 requiere 10 min en el proceso 1, 6 min en el proceso 2 y 8 min en el proceso 3
- P2 requiere 5 min en el proceso 1, 20 min en el proceso 2 y 10 min en el proceso 3
- El tiempo disponible para cada proceso es de 600 min al día.
- La utilidad unitaria por el P1 es \$2 y por P2 es \$3.

No sabemos:

- Cuantas unidades debemos producir de P1, por lo que le llamaremos X_1
- Cuantas unidades debemos producir de P2, por lo que le llamaremos X_2

Con la información obtenida contruimos el modelo matemático del problema lineal.

$$\text{Max } Z = 2 \cdot X_1 + 3 \cdot X_2$$

Sujeto a:

$$10 \cdot X_1 + 5 \cdot X_2 \leq 600 \quad (\text{restricción de tiempo en el proceso 1})$$

$$6 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 \leq 600 \quad (\text{restricción de tiempo en el proceso 2})$$

$$8 \cdot X_1 + 10 \cdot X_2 \leq 600 \quad (\text{restricción de tiempo en el proceso 3})$$

$$X_1 \geq 0$$

$$X_2 \geq 0$$

Solución por método gráfico usando POM-QM

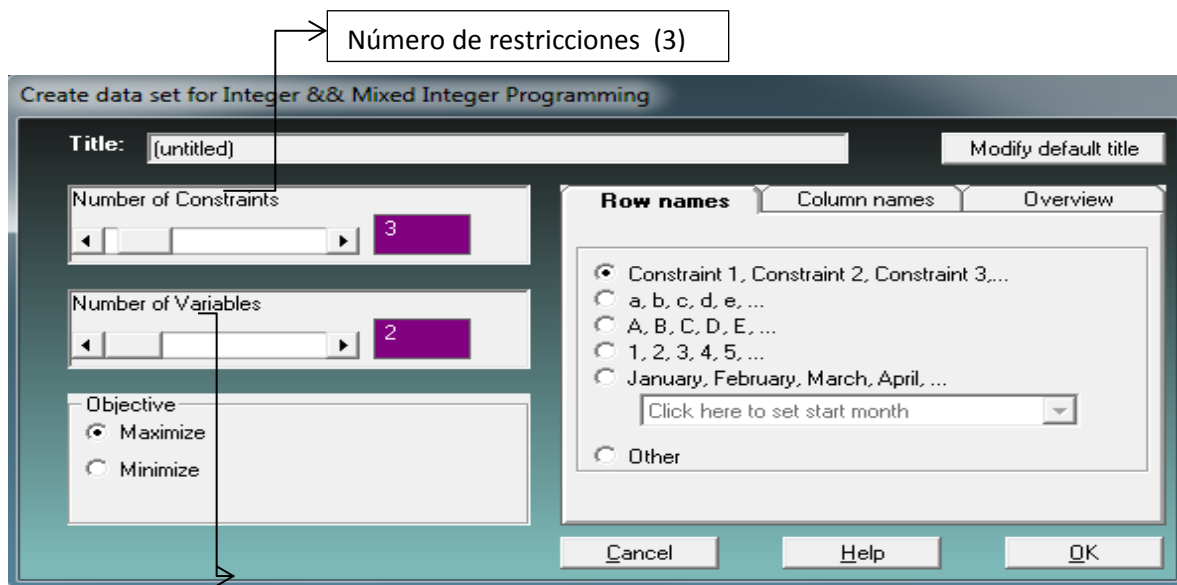
Paso 1: Ejecutamos el programa POM-QM

Paso 2: hacemos clic en el menú “Module”

Paso 3: Seleccionamos la opción “Integer & Mixed Integer programming” (activa el módulo)

Paso 4: Hacemos clic en el menú “File” y después clic en “New”.

Le aparece una ventana como la indicada:



Número de variables (2)

	X1	X2		RHS	Equation form
Objective	2	3			Max $2X_1 + 3X_2$
T Proceso1	10	5	<=	600	$10X_1 + 5X_2 \leq 600$
T Proceso2	6	20	<=	600	$6X_1 + 20X_2 \leq 600$
T Proceso3	8	10	<=	600	$8X_1 + 10X_2 \leq 600$
Variable type	Integer	Integer			

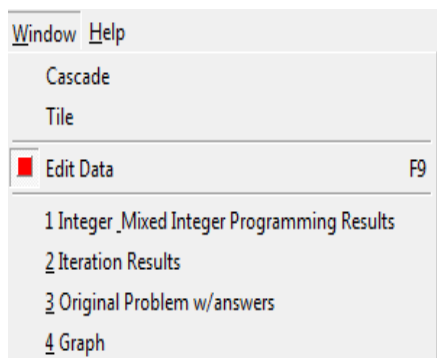
Aquí se introducen los coeficientes de las variables. Puedo observar lo siguiente:

- En la fila de Maximize escribimos las utilidades respectivas para cada P1 y P2 representados en las variables X_1 y X_2 .
- En la fila de tiempo en proceso 1. Los tiempos requeridos por cada producto en dicho proceso.
- En la fila de tiempo en proceso 2. Los tiempos requeridos por cada producto en dicho proceso.

- En la fila de tiempo en proceso 3. Los tiempos requeridos por cada producto en dicho proceso.
- Puedo observar que en la última columna están las ecuaciones del modelo lineal.
- Note que no es necesario la condición que X_1 y X_2 sean mayores que cero, ya que software por defecto asume esa condición.
- Los tipos de variables para X_1 y X_2 son enteras.

Una vez que hemos completado de ingresar los datos, hacemos clic en el botón **Solve(Resolver)**

Automáticamente se muestran 6 ventanas de resultados:



1. Resultados de programación entera y entera mixta
2. Resultados de Iteraciones
3. Problema Original con respuestas
4. Solución Gráfica.

1. Resultados de programación entera y entera mixta

Variable	Type	Value
X1	Integer	53
X2	Integer	14
Solution value		148

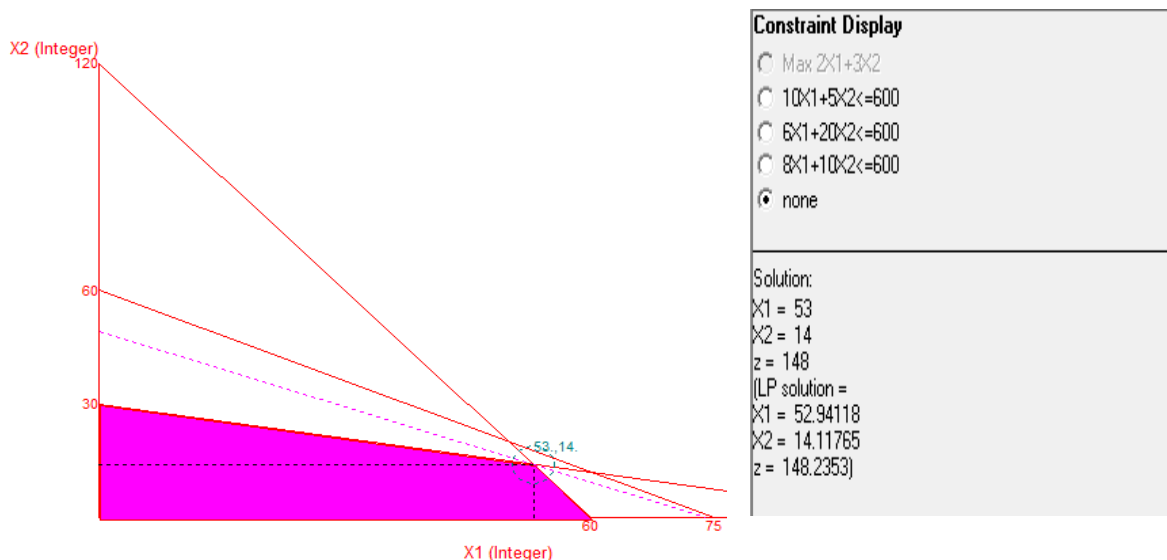
2. Resultados de Iteraciones

Iteration	Level	Added constraint	Solution type	Solution Value	X1	X2
			Optimal	148	53	14
1	0		NONinteger	148.24	52.94	14.12
2	1	X1 <= 52	NONinteger	147.2	52	14.4
3	2	X2 <= 14	INTEGER	146	52	14
4	2	X2 >= 15	Suboptimal	145	50	15
5	1	X1 >= 53	INTEGER	148	53	14

3. Problema Original con respuestas

	X1	X2		RHS	(untitled) Solution Equation form
Maximize	2	3			Max 2X1 + 3X2
T Proceso1	10	5	<=	600	10X1 + 5X2 <= 600
T Proceso2	6	20	<=	600	6X1 + 20X2 <= 600
T Proceso3	8	10	<=	600	8X1 + 10X2 <= 600
Variable type	Integer	Integer			
Solution->	53	14	Optimal Z->	148	

4. Solución Gráfica



Tema 1: Programación lineal: (Solución por Simplex y análisis de sensibilidad)

Problema 2 (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 8, Aplicaciones de Programación Lineal / página 308/ Aplicaciones de marketing).

El club Win Big Gambling promueve el juego en giras de una ciudad grande el medio oeste de Estados Unidos a los casinos en las Bahamas. El club tiene un presupuesto de hasta \$8,000 semanales para anuncios locales. El dinero se asignará entre cuatro medios de comunicación: spots en televisión, anuncios en periódicos y dos tipos de comerciales en radio. La meta de Win Big es llegar a la audiencia de mayor potencial más grande posible, usando los diferentes medios de comunicación.

La siguiente tabla presenta el número de jugadores potenciales expuestos mediante un anuncio en cada uno de los cuatro medios. También proporciona el costo por anuncio colocado y el máximo número de ellos que se puede comprar por semana.

MEDIO	AUDIENCIA ALCANZADA POR ANUNCIO	COSTO POR ANUNCIO (\$)	MÁXIMO DE ANUNCIOS POR SEMANA
Spot en TV (1 minuto)	5,000	800	12
Periódico (una plana)	8,500	925	5
Spot en radio (30 segundos, horario estelar)	2,400	290	25
Spot de radio (1 minuto, en la tarde)	2,800	380	20

Las condiciones contractuales de Win Big requieren que se coloquen al menos cinco spots de radio cada semana. Para asegurar una campaña promocional de amplio espectro, la gerencia también insiste en que no se gasten más de \$1,800 por semana en los comerciales de radio.

Solución:

Al formular esto como un programa lineal, el primer paso es entender cabalmente el problema. Algunas veces hacer preguntas del tipo "qué sucedería si" ayuda a comprender la situación. En este ejemplo, ¿qué ocurriría si exactamente se usaran cinco anuncios de cada tipo?

¿Cuánto costaría esto?

¿A cuántas personas llegaría?

Sin duda ayuda la disponibilidad de las hojas de cálculo para obtener soluciones, ya que se escriben las fórmulas para calcular el costo y el número de personas expuestas. Una vez que se entiende la situación, se enuncian el objetivo y las restricciones:

Objetivo: Maximizar el número de gente (audiencia) expuesta

Restricciones:

1. No se pueden colocar más de 12 comerciales en TV.
2. No se pueden utilizar más de 5 anuncios en periódicos.
3. No se pueden usar más de 25 comerciales de 30 segundos en radio.
4. No se pueden usar más de 20 comerciales de 1 minuto en radio.
5. El total gastado no debe exceder \$8,000.
6. El número total de comerciales en radio tiene que ser, por lo menos, de 5.
7. La cantidad total gastada en comerciales de radio no debe exceder \$1,800

Después se definen las variables de decisión. Las decisiones que se toman son el número de comerciales de cada tipo que se contratarán. Una vez que se conocen, pueden utilizarse para calcular la cantidad gastada y el número de personas expuestas.

Sea:

X_1 = número de spots de TV de 1 minuto en cada semana

X_2 = número de anuncios de 1 plana en el periódico en cada semana

X_3 = número de spots de radio de 30 segundos en cada semana

X_4 = número de spots de radio de 1 minuto por la tarde en cada semana

Luego, con estas variables, se escriben las expresiones matemáticas para el objetivo y las restricciones que se identificaron. Las restricciones de no negatividad también se establecen en forma explícita.

Modelo matemático de programación lineal

Objetivo: $\text{Max } Z = 5000X_1 + 8500X_2 + 2400X_3 + 2800X_4$

Sujeto a:

$$X_1 \leq 12 \text{ (máximo de spots en TV/semana)}$$

$$X_2 \leq 5 \text{ (máximo de anuncios en periódicos/semana)}$$

$$X_3 \leq 25 \text{ (máximo de spots de 30s en radio/semana)}$$

$$X_4 \leq 20 \text{ (máximo de spots de 1 m en radio/semana)}$$

$$800X_1 + 925X_2 + 290X_3 + 380X_4 \leq \$8000 \text{ (presupuesto semanal de publicidad)}$$

$$X_3 + X_4 \geq 5 \text{ (mínimos de spots en radio contratados)}$$


$$290X_3 + 380X_4 \leq \$1800 \text{ (máximo de dólares gastados en radio)}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Hacemos clic en el menú **Module** y luego en **“Linear Programming”**, después **File** y **New**

Objective								Aplicación de marketing	
		X1	X2	X3	X4		RHS	Equation form	
<input checked="" type="radio"/> Maximize		5000	8500	2400	2800			Max 5000X1 + 8500X2 + 2400X3 + 2800X4	
<input type="radio"/> Minimize									
max spots en Tv		1	0	0	0	<=	12	X1 <= 12	
max spots en periódicos		0	1	0	0	<=	5	X2 <= 5	
max spots de 30s en radio		0	0	1	0	<=	25	X3 <= 25	
max spots 1m en radio		0	0	0	1	<=	20	X4 <= 20	
presupuesto semanal publicidad		800	925	290	380	<=	8000	800X1 + 925X2 + 290X3 + 380X4 <= 8000	
mínimo spot en radio contratados		0	0	1	1	>=	5	X3 + X4 >= 5	
máximo de dólares en radio		0	0	290	380	<=	1800	290X3 + 380X4 <= 1800	

Una vez que hemos ingresados los datos y hemos verificado que no hay errores en las ecuaciones e inecuaciones, hacemos clic en el botón Solve.

 Edit Data	F9
1 Linear Programming Results	
2 Ranging	
3 Solution list	
4 Iterations	
5 Dual	

1. Resultados del PL
2. Rangos
3. Lista de Solución
4. Iteraciones (Solución por Simplex)
5. Problema Dual

1. Resultados de PL

Linear Programming Results							
Aplicación de marketing							
	X1	X2	X3	X4		RHS	Dual
Maximize	5000	8500	2400	2800			
max spots en Tv	1	0	0	0	<=	12	0
max spots en periódicos	0	1	0	0	<=	5	2718.75
max spots de 30s en radio	0	0	1	0	<=	25	0
max spots 1m en radio	0	0	0	1	<=	20	0
presupuesto semanal publicidad	800	925	290	380	<=	8000	6.25
mínimo spot en radio	0	0	1	1	>=	5	0
máximo de dólares en radio	0	0	290	380	<=	1800	2.03
Solution->	1.97	5	6.21	0		67240.3	

2. Ranging

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	1.97	0	5000	0	6620.69
X2	5	0	8500	5781.25	Infinity
X3	6.21	0	2400	2136.84	Infinity
X4	0	344.83	2800	-Infinity	3144.83
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
max spots en Tv	0	10.03	12	1.97	Infinity
max spots en periódicos	2718.75	0	5	0	6.7
max spots de 30s en radio	0	18.79	25	6.21	Infinity
max spots 1m en radio	0	20	20	0	Infinity
presupuesto semanal publicidad	6.25	0	8000	6425	16025
mínimo spot en radio	0	1.21	5	-Infinity	6.21
máximo de dólares en radio	2.03	0	1800	1450	3375

3. Lista de Soluciones.

Variable	Status	Value
X1	Basic	1.97
X2	Basic	5
X3	Basic	6.21
X4	NONBasic	0
slack 1	Basic	10.03
slack 2	NONBasic	0
slack 3	Basic	18.79
slack 4	Basic	20
slack 5	NONBasic	0
surplus 6	Basic	1.21
slack 7	NONBasic	0
Optimal Value (Z)		67240.3

4. Iteraciones (Solución por método Simplex)

Cj	Basic Variables	5000 X1	8500 X2	2400 X3	2800 X4	0 slack 1	0 slack 2	0 slack 3	0 slack 4	0 slack 5	0 artfcl 6	0 surplus 6	0 slack 7	Quantity
Iteration 1														
0	slack 1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	12
0	slack 2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5
0	slack 3	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	25
0	slack 4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	20
0	slack 5	800	925	290	380	0	0	0	0	1	0	0	0	8,000
0	artfcl 6	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	5
0	slack 7	0	0	290	380	0	0	0	0	0	0	0	1	1,800
	zj	5000	8500	2399	2799	0	0	0	0	0	0	0	1	5
	cj-zj	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	
Iteration 2														
0	slack 1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	12
0	slack 2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5
0	slack 3	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	-1	1	0	20
0	slack 4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	20
0	slack 5	800	925	0	90	0	0	0	0	1	-290	290	0	6,550
2400	X3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	5
0	slack 7	0	0	0	90	0	0	0	0	0	-290	290	1	350
	zj	5000	8500	2400	2800	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	cj-zj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	
Iteration 3														
0	slack 1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	12
0	slack 2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5
0	slack 3	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	-1	1	0	20
0	slack 4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	20
0	slack 5	800	925	0	90	0	0	0	0	1	-290	290	0	6,550
2400	X3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	5
0	slack 7	0	0	0	90	0	0	0	0	0	-290	290	1	350
	zj	0	0	2400	2400	0	0	0	0	0	2400	-2400	0	12,000
	cj-zj	5,000	8,500	0	400	0	0	0	0	0	-2,400	2,400	0	
Iteration 4														
0	slack 1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	12
8500	X2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5
0	slack 3	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	-1	1	0	20
0	slack 4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	20
0	slack 5	800	0	0	90	0	-925	0	0	1	-290	290	0	1,925
2400	X3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	5
0	slack 7	0	0	0	90	0	0	0	0	0	-290	290	1	350
	zj	0	8500	2400	2400	0	8500	0	0	0	2400	-2400	0	54,500
	cj-zj	5,000	0	0	400	0	-8,500	0	0	0	-2,400	2,400	0	
Iteration 5														
0	slack 1	0	0	0	-0.1125	1	1.1563	0	0	-0.0013	0.3625	-0.3625	0	9.5938
8500	X2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5
0	slack 3	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	-1	1	0	20
0	slack 4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	20
5000	X1	1	0	0	0.1125	0	-1.1563	0	0	0.0013	-0.3625	0.3625	0	2,406.3
2400	X3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	5
0	slack 7	0	0	0	90	0	0	0	0	0	-290	290	1	350
	zj	5000	8500	2400	2962.5	0	2718.75	0	0	6.25	587.5	-587.5	0	66,531.25
	cj-zj	0	0	0	-162.5	0	-2,718.75	0	0	-6.25	-587.5	587.5	0	
Iteration 6														
0	slack 1	0	0	0	0	1	1.1563	0	0	-0.0013	0	0	0.0013	10.0313
8500	X2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5
0	slack 3	0	0	0	-1.3103	0	0	1	0	0	0	0	-0.0034	18.7931
0	slack 4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	20
5000	X1	1	0	0	0	0	-1.1563	0	0	0.0013	0	0	-0.0013	1.9687
2400	X3	0	0	1	1.3103	0	0	0	0	0	0	0	0.0034	6.2069
0	surplus 6	0	0	0	0.3103	0	0	0	0	0	-1	1	0.0034	1.2069
	zj	5000	8500	2400	3144.83	0	2718.75	0	0	6.25	0	0	2.03	67,240.3017
	cj-zj	0	0	0	-344.8276	0	-2,718.75	0	0	-6.25	0	0	-2.0259	

5. El problema Dual

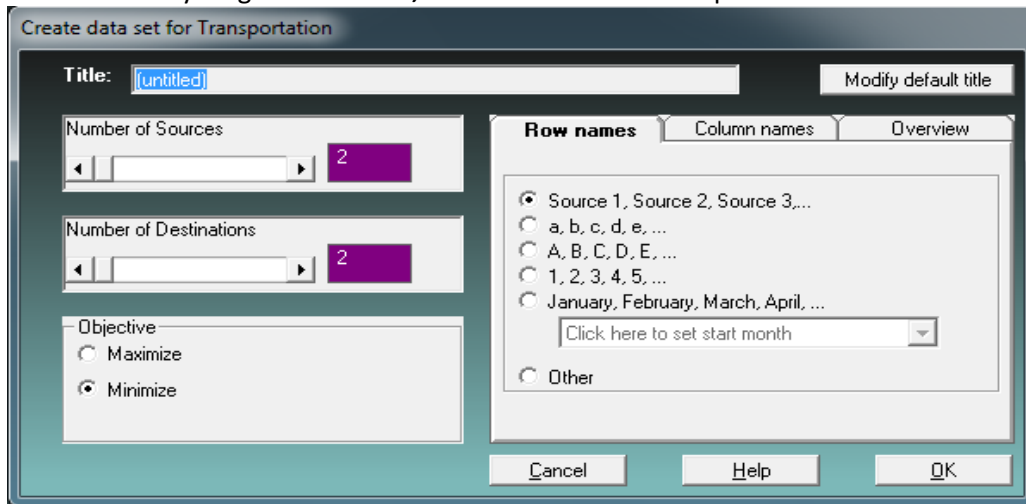
Original Problem									
Maximize	X1	X2	X3	X4					
max spots en Tv	1	0	0	0	<=	12			
max spots en periódicos	0	1	0	0	<=	5			
max spots de 30s en radio	0	0	1	0	<=	25			
max spots 1m en radio	0	0	0	1	<=	20			
presupuesto semanal publicidad	800	925	290	380	<=	8000			
mínimo spot en radio	0	0	1	1	>=	5			
máximo de dólares en radio	0	0	290	380	<=	1800			
Dual Problem									
Minimize	max spots en	max spots en	max spots de	max spots 1m	presupuesto	mínimo spot en	máximo de		
X1	12	5	25	20	8000	-5	1800	>=	5000
X2	1	0	0	0	800	0	0	>=	8500
X3	0	0	1	0	290	-1	290	>=	2400
X4	0	0	0	1	380	-1	380	>=	2800

Tema 2: Modelos de Transporte y Transbordo

POM-QM trae el módulo de transporte, permite n orígenes o fuentes y m destinos o demandas. Los costos C_{ij} de un origen i a un destino j se ingresan por en la matriz $n \times m$, así como las capacidades de cada origen y las demandas de cada destino.

Hacemos clic en el menú **Module** y luego clic en **Transportation**.

Hacemos clic en **File** y luego clic en **New**; se mostrará la ventana que se indica.



Title: Título del problema de transporte.

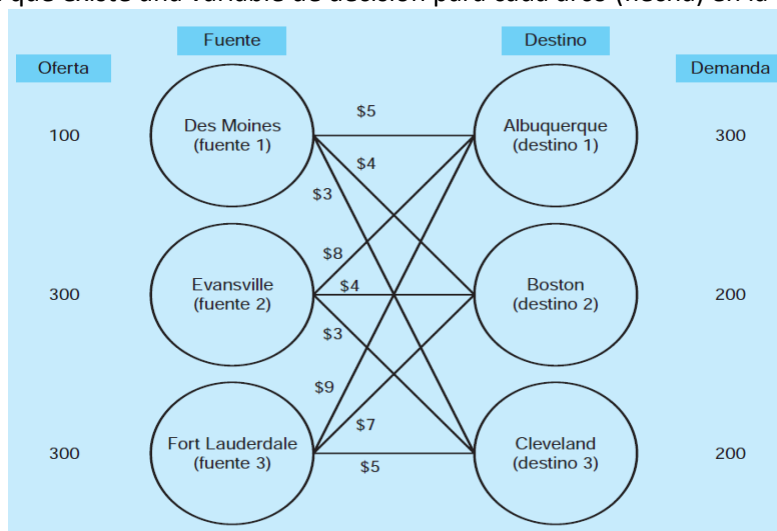
Number of Sources: Número de Orígenes u oferta o fuentes.

Number of Destinations: Número de demandas o destinos.

Objective: Objetivo -> maximizar o minimizar

Problema 3 (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 9, Modelos de Transporte y Asignación / página 342/ Problema de Transporte)

La corporación Executive Furniture tiene el problema de transporte que se ilustra en la gráfica. La compañía desea minimizar los costos de transporte al tiempo que cubre la demanda en cada destino, sin exceder la oferta en cada fuente. Para la formulación de este con programación lineal, hay tres restricciones de oferta (una para cada fuente) y tres restricciones de demanda (una para cada destino). Las decisiones que deben tomarse son el número de unidades a enviar por cada ruta, de manera que existe una variable de decisión para cada arco (flecha) en la red.



Sea:

$$X_{ij} = \text{número de unidades enviadas de la fuente } i \text{ al destino } j$$

donde,

$i = 1, 2, 3$, con 1 = Des Moines, 2 = Evansville y 3 = Fort Lauderdale

$j = 1, 2, 3$, con 1 = Albuquerque, 2 = Boston y 3 = Cleveland

La formulación de PL es:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar el costo total} &= 5X_{11} + 4X_{12} + 3X_{13} + 8X_{21} + 4X_{22} \\ &+ 3X_{23} + 9X_{31} + 7X_{32} + 5X_{33} \end{aligned}$$

sujeto a:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 100 \quad (\text{oferta en Des Moines})$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 300 \quad (\text{oferta en Evansville})$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 300 \quad (\text{oferta en Fort Lauderdale})$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 300 \quad (\text{demanda en Albuquerque})$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 200 \quad (\text{demanda en Boston})$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 200 \quad (\text{demanda en Cleveland})$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ para toda } i \text{ y } j$$

Este problema se puede resolver como problema de programación lineal como lo hemos hecho con los dos casos anteriores o usamos el módulo de transporte. Le recomiendo que usted lo resuelva por PL y aquí lo resolveremos con el módulo de transporte.


Solución: Conocemos

- Tres fuentes u ofertas
- Tres demandas
- Los nueve (C_{ij}) costos respectivos
- Las capacidades en cada fuente
- Las demandas de cada destino
- El objetivo es minimizar.

Ingresamos los datos en la matriz, como se muestra:

Objective		Starting method			
<input type="radio"/> Maximize <input checked="" type="radio"/> Minimize		Any starting method			
	Albuquerque	Boston	Cleveland	Oferta	
Des Moines	5	4	3	100	
Evansville	8	4	3	300	
Fort Dauderdale	9	7	5	300	
DEMANDA	300	200	200		

Una vez que hemos verificado que los datos están correctos, procedemos a resolverlo haciendo clic en el botón **Solve**. Se mostrarán 6 ventanas con los resultados.

Cascade	
Tile	
 Edit Data	F9
1 Transportation Shipments	Los envíos de transporte.
2 Marginal Costs	Costos marginales
3 Final Solution Table	Tabla de solución final
4 Iterations	Iteraciones (Simplex de transporte)
5 Shipments with costs	Envíos con costos
6 Shipping list	Lista de Envíos

1. Los envíos de transporte

Transportation Shipments			
Optimal cost = \$3,900	Albuquerque	Boston	Cleveland
Des Moines	100		
Evansville		200	100
Fort Dauderdale	200		100

2. Costos marginales

	Albuquerque	Boston	Cleveland
Des Moines		2	2
Evansville	1		
Fort Dauderdale		1	

3. Tabla de solución final

Final Solution Table			
	Albuquerque	Boston	Cleveland
Des Moines	100	(2)	(2)
Evansville	(1)	200	100
Fort Dauderdale	200	(1)	100

4. Iteraciones (Método Simplex)

	Albuquerque	Boston	Cleveland
Iteration 1			
Des Moines	100	(2)	(2)
Evansville	(1)	200	100
Fort Dauderdale	200	(1)	100

5. Envíos con costos

	Albuquerque	Boston	Cleveland
Des Moines	100/\$500		
Evansville		200/\$800	100/\$300
Fort Dauderdale	200/\$1,800		100/\$500

6. Lista de envíos

From	To	Shipment	Cost per unit	Shipment cost
Des Moines	Albuquerque	100	5	500
Evansville	Boston	200	4	800
Evansville	Cleveland	100	3	300
Fort Dauderdale	Albuquerque	200	9	1,800
Fort Dauderdale	Cleveland	100	5	500

\$3.900

Tema 2: Modelos de Transporte y Transbordo

En un problema de transporte, si los artículos deben pasar por un punto intermedio (llamado *punto de trasbordo*) antes de llegar al destino final, se trata de un *problema de trasbordo*. Por ejemplo, una compañía fabrica un producto en varias fábricas que tiene que enviarse a un conjunto de centros de distribución regionales. Desde estos centros, los artículos se envían a las tiendas que son los destinos finales. La gráfica siguiente se ilustra una representación en red de un problema de trasbordo. En este ejemplo 5, hay dos fuentes, dos puntos de trasbordo y tres destinos finales.

Problema 4: (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 9, Modelos de Transporte y Asignación / página 347/ Problema de Transbordo)

Frosty Machines fabrica barredoras de nieve en fábricas localizadas en Toronto y Detroit. Los productos se envían a centros de distribución regionales en Chicago y Búfalo, desde donde se reparten a las casas de oferta en Nueva York, Filadelfia y St. Louis, como se ilustra en la gráfica. La oferta disponible en las fábricas, la demanda en los destinos finales y los costos de envío se muestran en la tabla. Observe que es posible que las barredoras de nieve no se envíen directamente desde Toronto o Detroit a cualquiera de los destinos finales, sino que deben ir primero a Chicago o a Búfalo. Este es el motivo por el que Chicago y Búfalo están listados no solo como destinos sino también como fuentes.

Frosty quiere minimizar los costos de transporte asociados con el envío de suficientes barredoras de nieve, para cumplir con la demanda en los tres destinos sin exceder la oferta en cada fábrica.

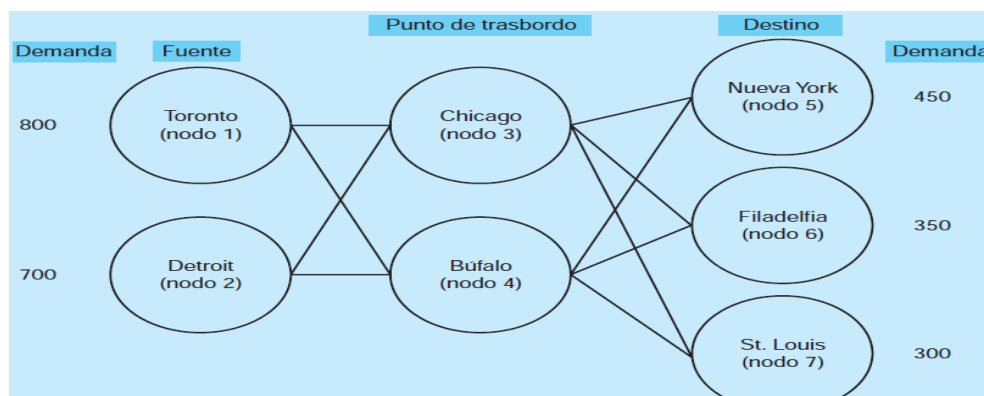


TABLA Datos para el trasbordo de Frosty Machine

DE	A					OFERTA
	CHICAGO	BÚFALO	NUEVA YORK	FILADELFIA	ST. LOUIS	
Toronto	\$4	\$7	—	—	—	800
Detroit	\$5	\$7	—	—	—	700
Chicago	—	—	\$6	\$4	\$5	—
Búfalo	—	—	\$2	\$3	\$4	—
Demanda	—	—	450	350	300	—

Solución:

Entonces, se tienen restricciones de oferta y demanda similares a las del problema de transporte, pero también se tiene una restricción para cada punto de trasbordo, que indica que todo lo que se envía desde estos a un destino final debe haberse enviado a ese punto de trasbordo desde una de las fuentes. El enunciado verbal de este problema sería como sigue:

Minimizar el costo

sujeo a

1. El número de unidades enviadas desde Toronto no es mayor que 800
2. El número de unidades enviadas desde Detroit no es mayor que 700
3. El número de unidades enviadas a Nueva York es de 450
4. El número de unidades enviadas a Filadelfia es de 350
5. El número de unidades enviadas a St. Louis es de 300
6. El número de unidades que salen de Chicago es igual al número de unidades que llegan a Búfalo
7. El número de unidades que salen de Búfalo es igual al número de unidades que llegan a Búfalo.

Las variables de decisión deberían representar el número de unidades enviadas desde cada fuente hasta cada punto de trasbordo, y el número de unidades enviadas de cada punto de trasbordo a cada destino final, ya que son las decisiones que deben tomar los gerentes.

Las variables de decisión son:

$$x_{ij} = \text{número de unidades enviadas del sitio (nodo) } i \text{ al sitio (nodo) } j$$

donde,

$$i = 1, 2, 3, 4$$

$$j = 3, 4, 5, 6, 7$$

Los números indican los nodos mostrados en la figura 9.3 y hay una variable para cada arco (ruta) en la figura.

El modelo de PL es:

$$\text{Minimizar el costo total} = 4X_{13} + 7X_{14} + 5X_{23} + 7X_{24} + 6X_{35} + 4X_{36} + 5X_{37} + 2X_{45} + 3X_{46} + 4X_{47}$$

sujeo a

$$\begin{aligned} X_{13} + X_{14} &\leq 800 && \text{(oferta en Toronto [nodo 1])} \\ X_{23} + X_{24} &\leq 700 && \text{(oferta en Detroit [nodo 2])} \\ X_{35} + X_{45} &= 450 && \text{(demanda en Nueva York [nodo 5])} \\ X_{36} + X_{46} &= 350 && \text{(demanda en Filadelfia [nodo 6])} \\ X_{37} + X_{47} &= 300 && \text{(demanda en St. Louis [nodo 7])} \\ X_{13} + X_{23} &= X_{35} + X_{36} + X_{37} && \text{(envío por Chicago [nodo 3])} \\ X_{14} + X_{24} &= X_{45} + X_{46} + X_{47} && \text{(envío por Búfalo [nodo 4])} \\ x_{ij} &\geq 0 && \text{para toda } i \text{ y } j \end{aligned}$$

Objective	Maximum number of iterations		Maximum level (depth) in procedure									
<input type="radio"/> Maximize <input checked="" type="radio"/> Minimize	1000		50									
(untitled)												
	X13	X14	X23	X24	X35	X36	X37	X45	X46	X47	RHS	Equation form
Minimize	4	7	5	7	6	4	5	2	3	4		Min 4X13 + 7X14 + 5X23 + 7X24 + 6X35 + 4X36 + 5X37 +
Toronto	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	800	X13 + X14 <= 800
Detroit	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	700	X23 + X24 <= 700
NY	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	450	X35 + X45 = 450
Filadelfia	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	350	X36 + X46 = 350
St Louis	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	300	X37 + X47 = 300
Por Chicago	1	0	1	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	X13 + X23 - X35 - X36 - X37 >= 0
Por Búfalo	0	1	0	1	0	0	0	-1	-1	-1	0	X14 + X24 - X45 - X46 - X47 >= 0
Variable type	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Aunque este problema con programación lineal se puede resolver usando un software de programación lineal, tal como lo puede ver en la gráfica, hay algoritmos especiales, sencillos de usar y rápidos para los problemas de transporte y TRANSBORDO. Por lo que usaremos el módulo de transporte para su solución.

Ingresamos los datos en la matriz, como se muestra:

Objective	Starting method						
<input checked="" type="radio"/> Maximize <input type="radio"/> Minimize	Minimum Cost Method						
(untitled)							
	Chicago	Búfalo	NY	Filadelfia	St. Louis	Ficticio	OFERTA
Toronto	4	7	9999	9999	9999		800
Detroit	5	7	9999	9999	9999		700
Chicago		9999	6	4	5		1500
Búfalo	9999		2	3	4		1500
DEMANDA	1500	1500	450	350	300	400	

1. Los envíos de transporte

Transportation Shipments						
Optimal cost = \$9550	Chicago	Búfalo	NY	Filadelfia	St. Louis	Ficticio
Toronto	650					150
Detroit		450				250
Chicago	850			350	300	
Búfalo		1050	450			

2. Costos marginales

	Chicago	Búfalo	NY	Filadelfia	St. Louis	Ficticio
Toronto		0	9990	9991	9990	
Detroit	1		9990	9991	9990	
Chicago		9996	1			4
Búfalo	10002			2	2	7


3. Tabla de solución final

Final Solution Table						
(untitled) Solution						
	Chicago	Búfalo	NY	Filadelfia	St. Louis	Ficticio
Toronto	650	[0]	[9990]	[9991]	[9990]	150
Detroit	[1]	450	[9990]	[9991]	[9990]	250
Chicago	850	[9996]	[1]	350	300	[4]
Búfalo	[10002]	1050	450	[2]	[2]	[7]

4. Iteraciones (método simplex)

	Chicago	Búfalo	NY	Filadelfia	St. Louis	Ficticio
Iteration 1						
Toronto	(-9991)	(-9990)	400	(0)	(0)	400
Detroit	(-9990)	(-9990)	50	350	300	(0)
Chicago	1500	(9997)	(2)	(0)	(1)	(9995)
Búfalo	(10001)	1500	(0)	(1)	(2)	(9997)
Iteration 2						
Toronto	350	(-9990)	50	(9991)	(0)	400
Detroit	(1)	(-9990)	400	(9991)	300	(0)
Chicago	1150	(6)	(-9989)	350	(-9990)	(4)
Búfalo	(19992)	1500	(0)	(9992)	(2)	(9997)
Iteration 3						
Toronto	350	50	(9990)	(9991)	(9990)	400
Detroit	(-9989)	(-9990)	400	(1)	300	(-9990)
Chicago	1150	(9996)	(1)	350	(0)	(4)
Búfalo	(10002)	1450	50	(2)	(2)	(7)
Iteration 4						
Toronto	350	50	(9990)	(9991)	(0)	400
Detroit	(1)	400	(9990)	(9991)	300	(0)
Chicago	1150	(9996)	(1)	350	(-9990)	(4)
Búfalo	(10002)	1050	450	(2)	(-9988)	(7)
Iteration 5						
Toronto	400	(9990)	(19980)	(9991)	(9990)	400
Detroit	(-9989)	450	(9990)	(1)	250	(-9990)
Chicago	1100	(19986)	(9991)	350	50	(4)
Búfalo	(12)	1050	450	(-9988)	(-9988)	(-9983)
Iteration 6						
Toronto	650	(0)	(9990)	(9991)	(9990)	150
Detroit	(1)	450	(9990)	(9991)	(9990)	250
Chicago	850	(9996)	(1)	350	300	(4)
Búfalo	(10002)	1050	450	(2)	(2)	(7)

5. Lista con costos

 Shipments with costs

(untitled) Solution

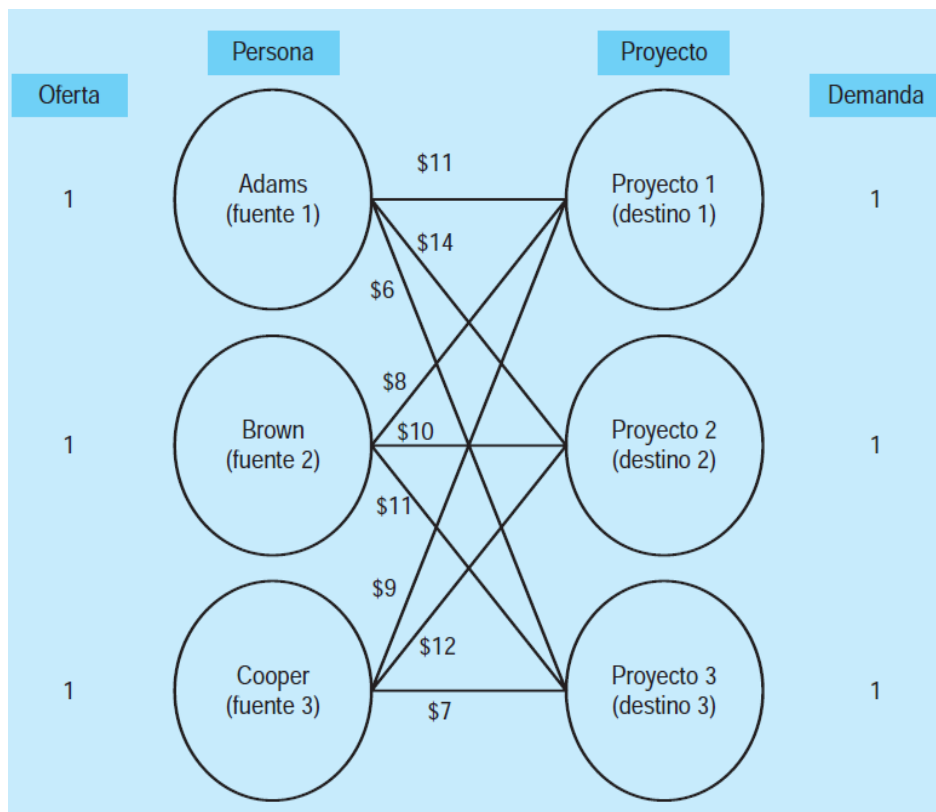
	Chicago	Búfalo	NY	Filadelfia	St. Louis	Ficticio
Toronto	650/\$2600					150/\$0
Detroit		450/\$3150				250/\$0
Chicago	850/\$0			350/\$1400	300/\$1500	
Búfalo		1050/\$0	450/\$900			

6. Lista de envíos

Shipping list				
From	To	Shipment	Cost per unit	Shipment cost
Toronto	Chicago	650	4	2600
Toronto	Ficticio	150	0	0
Detroit	Búfalo	450	7	3150
Detroit	Ficticio	250	0	0
Chicago	Chicago	850	0	0
Chicago	Filadelfia	350	4	1400
Chicago	St. Louis	300	5	1500
Búfalo	Búfalo	1050	0	0
Búfalo	NY	450	2	900

Tema 3: Modelos de Asignación

La gráfica siguiente es una representación en red de un problema de asignación. Observe que esta red es muy similar a la red para el problema de transporte. De hecho, un problema de asignación se puede ver como un tipo especial de problema de transporte, donde la oferta en cada fuente y la demanda en cada destino son iguales a uno. Cada individuo se asigna nada más a un puesto de trabajo o proyecto y cada puesto de trabajo únicamente necesita una persona.



Problema 5 (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 9, Modelos de Transporte y Asignación / página 345/ Problema de Asignación)

La red de la gráfica anterior ilustra el problema que enfrenta Fix-It Shop, que acaba de recibir tres nuevos proyectos de reparación que deben terminarse pronto: 1. un radio, 2. un horno tostador y 3. una mesa de café. Se dispone de tres personas que reparan, cada una con talentos diferentes, para realizar los trabajos. El dueño del taller estima el costo en salarios, si los empleados se asignan a cada uno de los tres proyectos. Los costos difieren debido al talento de cada trabajador en cada uno de los puestos de trabajo. El dueño quiere asignar los trabajos, de manera que se minimice el costo total y cada trabajo debe tener una persona asignada; cada persona puede asignarse a tan solo un trabajo.

Al formular este con programación lineal, se utiliza la forma general de PL para el problema de transporte. La definición de las variables es:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la persona } i \text{ se asigna al proyecto } j \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

donde,

$i = 1, 2, 3$, con 1 = Adams, 2 = Brown y 3 = Cooper

$j = 1, 2, 3$, con 1 = proyecto 1, 2 = proyecto 2 y 3 = proyecto 3

La formulación de PL es:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar el costo total} = & 11X_{11} + 14X_{12} + 6X_{13} + 8X_{21} + 10X_{22} \\ & + 11X_{23} + 9X_{31} + 12X_{32} + 7X_{33} \end{aligned}$$

sujeto a

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 1$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 1$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 1$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 1$$

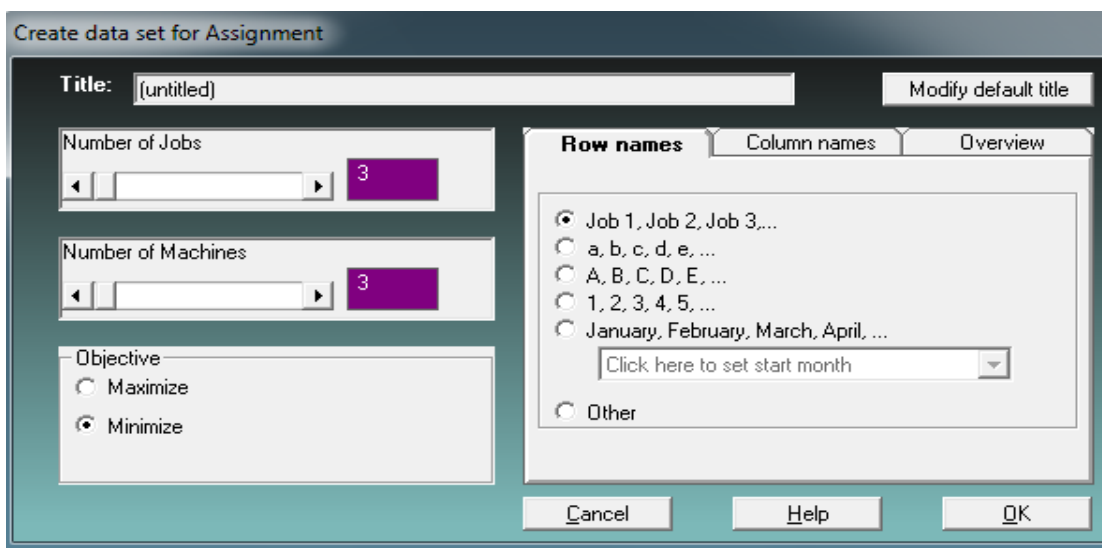
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 1$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 1$$

$$x_{ij} = 0 \text{ para toda } i \text{ y } j$$

Para resolver el problema anterior podemos hacerlo por PL o por el módulo de asignación, dejamos al lector que lo resuelva por PL y aquí lo resolveremos con el módulo de asignación de POM-QM.

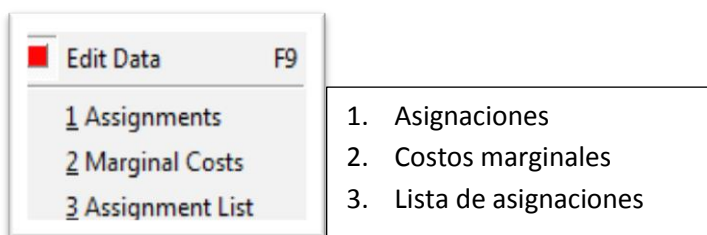
Hacemos clic en el menú **Module** y luego clic en **Assignment** (activa el módulo de asignación) Luego hacemos clic en el menú **File** y luego **New**.



Ingresamos los costos en dólares en cada celda de la matriz indicada. Como se muestra en la tabla siguiente:

	Proyecto1	Proyecto2	Proyecto3
Adams	11	14	6
Brown	8	10	11
Cooper	9	12	7

Procedemos a resolver el problema anterior, haciendo clic en Solve.



1. Asignaciones

	Proyecto1	Proyecto2	Proyecto3
Optimal cost = \$25			
Adams	11	14	Assign 6
Brown	8	Assign 10	11
Cooper	Assign 9	12	7

2. Costos marginales

	Proyecto1	Proyecto2	Proyecto3
Adams		0	
Brown	1		9
Cooper			3

3. Lista de asignaciones

Assignment List		
JOB	Assigned to	Cost
Adams	Proyecto3	6
Brown	Proyecto2	10
Cooper	Proyecto1	9
Total		25

Tema 4: Modelos de Gestión de Proyecto (PERT-CPM)

El primer paso en la planeación y programación de un proyecto consiste en desarrollar la **estructura desglosada del trabajo**, lo cual requiere identificar las actividades que tienen que realizarse en el proyecto. Una **actividad** es un trabajo o una tarea que forma parte de un proyecto. El inicio o final de una actividad se llama **evento**. Puede haber varios niveles de detalle y cada actividad debe desglosarse en sus componentes más básicas. Para cada actividad se identifican tiempo, costo, recursos requeridos, predecesoras e individuos responsables. Después, se desarrolla una programación para el proyecto.

La **técnica de revisión y evaluación del programa (PERT, *program evaluation and review technique*)** y el **método de la ruta crítica (CPM, *critical path method*)** son dos técnicas de análisis cuantitativo que ayudan a los gerentes a planear, programar, supervisar y controlar proyectos grandes y complejos. Fueron desarrolladas porque existía una necesidad importante de una mejor forma de administrar.

Existen seis pasos comunes para ambos, PERT y CPM. El procedimiento es el siguiente:

Seis pasos de PERT/CPM

1. Definir el proyecto y todas sus actividades o tareas significativas.
2. Desarrollar la relación entre las actividades. Decidir qué actividades deben preceder a otras.
3. Dibujar la **red** que conecta todas las actividades.
4. Asignar estimaciones de tiempos y/o costos a cada actividad.
5. Calcular la trayectoria con el tiempo más largo a través de la red; se llama **ruta crítica**.
6. Usar la red para ayudar a planear, programar, supervisar y controlar el proyecto.

Encontrar la ruta crítica es una parte importante para el control de un proyecto. Las actividades en la ruta crítica representan tareas que demorarán todo el proyecto si ellas se retrasan. Los gerentes obtienen flexibilidad al identificar las actividades no críticas y replanear, reprogramar y reasignar recursos de personal y financieros.

Problema 6 (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 12, Administración de Proyectos/ página 461/ Problema de Administración de Proyectos)

General Foundry, Inc., una planta fundidora de metales en Milwaukee, desde hace mucho ha intentado evitar el gasto de instalar el equipo para control de la contaminación atmosférica. El grupo de protección del ambiente de su área acaba de dar a la fundidora 16 semanas para instalar un sistema complejo de filtración de aire en su chimenea principal. Se advirtió a General Foundry que sería obligada a cerrar, a menos que instalara el dispositivo en el periodo estipulado. Lester Harky, el socio administrador, desea asegurar que la instalación del sistema de filtros progrese sin problemas y a tiempo.

Cuando inicia el proyecto, pueden comenzar la construcción de las componentes internas del dispositivo (actividad A) y las modificaciones necesarias en el piso y el techo (actividad B). La construcción del fuste de recolección (actividad C) puede comenzar una vez que las componentes internas estén terminadas; en tanto que el colado del nuevo piso de concreto y la instalación del bastidor (actividad D) pueden terminarse en cuanto se hayan modificado el techo y el piso. Después de construir el fuste de recolección, puede hacerse el quemador de alta temperatura (actividad E) e iniciar la instalación del sistema de control de contaminación (actividad F). El dispositivo contra la contaminación del aire puede instalarse (actividad G) después de que se construye el quemador de alta temperatura, se cuela el piso y se instala el bastidor. Por último, después de la instalación del sistema de control y del dispositivo contra la contaminación, el sistema se inspecciona y se prueba (actividad H).

Todas estas actividades parecen más bien confusas y complejas, hasta que se colocan en una red. Primero, deben listarse todas las actividades. La información se muestra en la tabla 12.1. Vemos en la tabla que antes de poder construir el fuste de recolección (actividad C), las componentes internas deben construirse (actividad A). Así, la actividad A es la predecesora inmediata de la actividad C. De manera similar, ambas actividades D y E tienen que realizarse justo antes de la instalación del dispositivo contra la contaminación (actividad G).

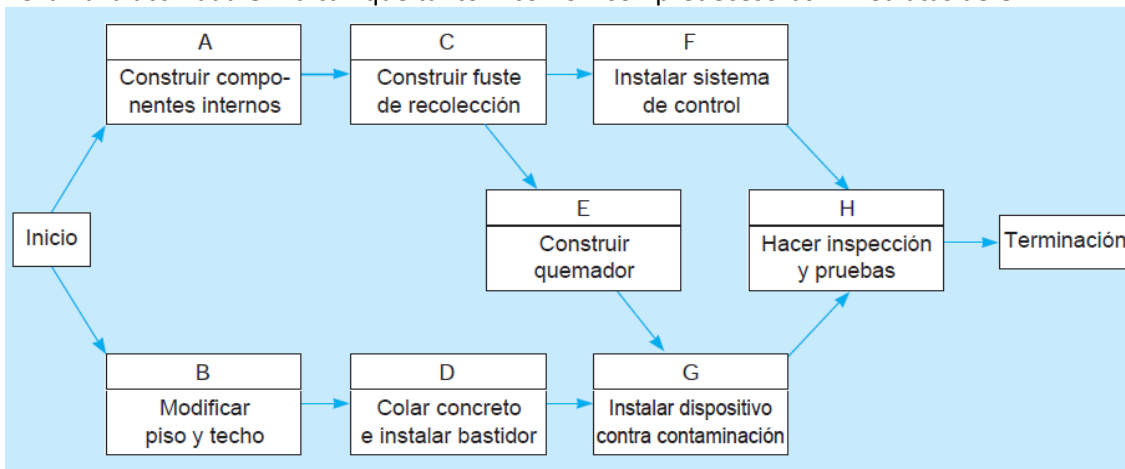
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	PREDECESORAS INMEDIATAS
A	Construir componentes internas	—
B	Modificar techo y piso	—
C	Construir fuste de recolección	A
D	Colar concreto e instalar bastidor	B
E	Construir quemador de alta temperatura	C
F	Instalar sistema de control	C
G	Instalar dispositivo contra contaminación	D, E
H	Inspeccionar y probar	F, G

Cómo dibujar la red PERT/CPM

La red se puede dibujar (paso 3) una vez que se hayan especificado todas las actividades (paso 1 del procedimiento de PERT) y la gerencia haya decidido qué actividades deberían preceder a otras (paso 2).

Existen dos técnicas comunes para dibujar redes de PERT. La primera se llama **actividad en el nodo (AON)**, donde los nodos representan las actividades. La segunda se conoce como **actividad en el arco (AOA)** donde se usan los arcos para representar las actividades. En esta práctica presentamos la técnica AON, ya que es más sencilla y con frecuencia se emplea en el software comercial.

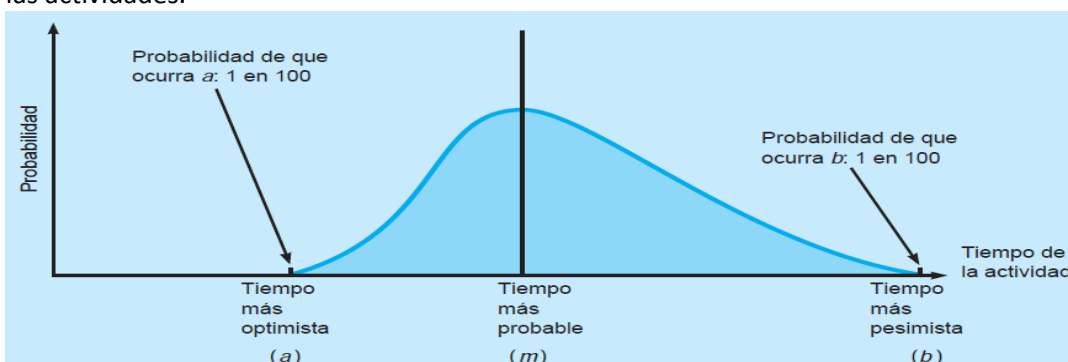
Al construir una red AON, debe haber un nodo que represente el inicio del proyecto, y otro que represente la terminación del mismo. Habrá un nodo (dibujado como rectángulo) para cada actividad. La gráfica siguiente muestra la red completa para General Foundry. Los arcos (las flechas) se usan para mostrar las predecesoras de cada actividad. Por ejemplo, las flechas que llevan a la actividad G indican que tanto D como E son predecesoras inmediatas de G.



No obstante, para proyectos especiales o para trabajos nuevos, proporcionar las estimaciones de los tiempos para las actividades no siempre resulta sencillo. Sin datos históricos sólidos, los gerentes muchas veces tienen incertidumbre acerca de los tiempos de las actividades. Por ello, los desarrolladores de PERT utilizaron una distribución de probabilidad basada en tres estimaciones para cada actividad. Después se obtiene un promedio ponderado de estos tiempos para usarlo con PERT, en vez de una sola estimación del tiempo que se necesita en CPM; estos promedios se emplean para encontrar la ruta crítica. Las estimaciones de tiempo con PERT son:

Tiempo optimista (a): tiempo que tomaría una actividad si todo sale tan bien como sea posible. Debería haber únicamente una pequeña probabilidad (digamos, 1/100) de que esto ocurra.

Tiempo más probable (m): estimación de tiempo más realista para completar la actividad. PERT con frecuencia supone que las estimaciones de tiempo siguen la **distribución de probabilidad beta** véase la gráfica siguiente. Se ha encontrado que esta distribución continua es adecuada, en muchos casos, para determinar un valor esperado y la varianza de los tiempos de terminación de las actividades.



Tiempo pesimista (b): tiempo que tomaría una actividad suponiendo condiciones muy desfavorables. Tiene que haber únicamente una pequeña probabilidad de que la actividad tome tanto tiempo.

Para encontrar el **tiempo esperado de la actividad (t)**, la distribución beta lo estima como sigue:

$$t = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \text{Ec. 1}$$

Para calcular la dispersión o varianza del tiempo de terminación de la actividad, se usa la siguiente fórmula:

$$\text{Varianza} = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2 \quad \text{Ec. 2}$$

La tabla siguiente muestra las estimaciones de tiempo optimista, más probable y pesimista para cada actividad. También revela el tiempo esperado (t) y la varianza de cada una de las actividades, según se calcularon con las ecuaciones 1 y 2.

Para encontrar la ruta crítica, necesitamos determinar las siguientes cantidades para cada actividad en la red:

1. **Tiempo de inicio más cercano (IC):** lo más pronto que se puede comenzar una actividad sin contravenir los requerimientos de precedencia inmediata.
2. **Tiempo de terminación más cercana (TC):** lo más pronto que se puede terminar una actividad.
3. **Tiempo de inicio más lejano (IL):** lo más tarde que se puede comenzar una actividad sin retrasar todo el proyecto.
4. **Tiempo de terminación más lejano (TL):** lo más tarde que se puede terminar una actividad sin retrasar todo el proyecto.

Estos tiempos se representan en los nodos de la red, al igual que los tiempos de las actividades (t), como se indica en seguida:

ACTIVIDAD	t
IC	TC
IL	TL

Primero se muestra cómo determinar los tiempos más cercanos. Cuando se encuentran, es posible calcular los tiempos lejanos.

TIEMPOS MÁS CERCANOS: Existen dos reglas básicas al calcular los tiempos IC y TC. La primera es para el tiempo de terminación más cercana, que se calcula como sigue:

Terminación más cercana = inicio más cercano + tiempo esperado de la actividad

$$\text{TC} = \text{IC} + t$$

Además, antes de que una actividad pueda comenzar, todas sus actividades predecesoras deben estar terminadas. En otras palabras, buscamos la mayor TC de todas las predecesoras inmediatas para determinar el IC. La segunda regla es para el tiempo de inicio más cercano, que se calcula como sigue:

Inicio cercano = el mayor tiempo de terminación cercana de predecesoras inmediatas

$$\text{IC} = \text{TC mayor entre las predecesoras inmediatas}$$

El inicio de todo el proyecto se establece en el tiempo cero. Por lo tanto, cualquier actividad que no tenga predecesoras tendrá un inicio cercano en el tiempo cero. Entonces, IC = 0 para A y B en el problema de General Foundry:

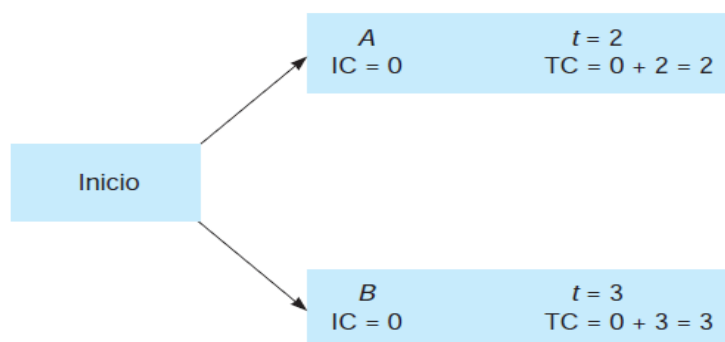
ACTIVIDAD	OPTIMISTA, <i>a</i>	MÁS PROBABLE, <i>m</i>	PESIMISTA, <i>b</i>	TIEMPO ESPERADO, $t = [(a + 4m + b)/6]$	VARIANZA $[(b - a)/6]^2$
A	1	2	3	2	$\left(\frac{3 - 1}{6}\right)^2 = \frac{4}{36}$
B	2	3	4	3	$\left(\frac{4 - 2}{6}\right)^2 = \frac{4}{36}$
C	1	2	3	2	$\left(\frac{3 - 1}{6}\right)^2 = \frac{4}{36}$
D	2	4	6	4	$\left(\frac{6 - 2}{6}\right)^2 = \frac{16}{36}$
E	1	4	7	4	$\left(\frac{7 - 1}{6}\right)^2 = \frac{36}{36}$
F	1	2	9	3	$\left(\frac{9 - 1}{6}\right)^2 = \frac{64}{36}$
G	3	4	11	5	$\left(\frac{11 - 3}{6}\right)^2 = \frac{64}{36}$
H	1	2	3	<u>2</u>	$\left(\frac{3 - 1}{6}\right)^2 = \frac{4}{36}$

25

Cómo encontrar la ruta crítica:

Una vez determinados los tiempos de terminación esperados para cada actividad, se aceptan como el tiempo real para esa tarea. La variabilidad en los tiempos se estudiará más adelante. Aunque la tabla indica que el tiempo total esperado para las 8 actividades de General Foundry es de 25 semanas, en la gráfica de la red es evidente que varias tareas pueden realizarse en forma simultánea. Para encontrar cuánto tiempo tomará terminar el proyecto, realizamos un análisis de la ruta crítica para la red.

La *ruta crítica* es la trayectoria con el tiempo más largo en la red. Si Lester Harky quiere reducir el tiempo total del proyecto, para General Foundry, tendrá que reducir el tiempo de alguna actividad en la ruta crítica. En cambio, cualquier demora de una actividad en la ruta crítica retrasará la terminación de todo el proyecto.



TIEMPOS MÁS LEJANOS El siguiente paso para encontrar la ruta crítica es calcular el tiempo de inicio más lejano (IL) y el tiempo de terminación más lejano (TL) para cada actividad. Hacemos esto mediante una **revisión hacia atrás** por la red, es decir, comenzamos en la terminación del proyecto y trabajamos hacia a atrás.

Hay que tener en cuenta dos reglas básicas al calcular los tiempos más lejanos. La primera regla implica el tiempo de inicio más lejano, que se calcula como:

Tiempo de inicio más lejano = Tiempo de terminación más lejano - tiempo de la actividad

$$IL = TL - t$$

Asimismo, como todas las predecesoras inmediatas deben estar terminadas antes de que pueda comenzar la actividad, el tiempo de inicio más lejano de una actividad determina el tiempo de terminación más lejano de sus predecesoras inmediatas. Si una actividad es predecesora inmediata de dos o más actividades, debe terminar para que todas las actividades siguientes comiencen en su tiempo de inicio más lejano. Entonces, la segunda regla incluye el tiempo de terminación más lejano, que se calcula como:

Terminación más lejano = inicio más lejano menor entre todas las actividades que siguen, o bien,

$$TL = IL \text{ menor entre las siguientes actividades}$$

CONCEPTO DE HOLGURA EN LOS CÁLCULOS DE LA RUTA CRÍTICA Una vez que se determinan IC, IL, TC y TL, es sencillo encontrar la cantidad de **tiempo de holgura**, o tiempo libre, que tiene cada actividad. La holgura es el tiempo que se puede demorar una actividad sin que se retrase todo el proyecto. Matemáticamente:

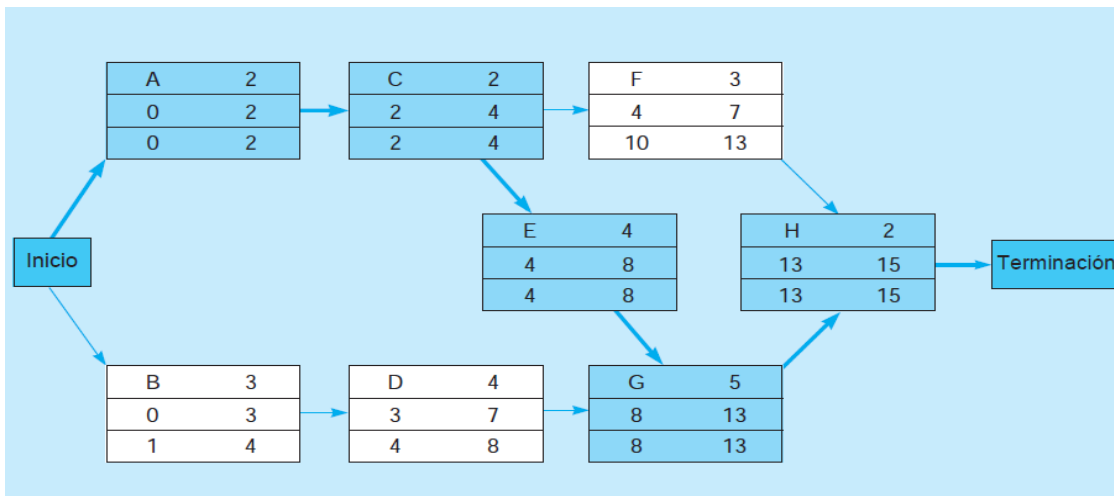
$$\text{Holgura} = IL - IC, \text{ de otra manera, holgura} = TL - TC$$

La tabla siguiente resume los tiempos de IC, TC, IL, TL y de holgura para todas las actividades de General Foundry.

ACTIVIDAD	INICIO MÁS CERCANO, IC	TERMINACIÓN MÁS CERCANA, TC	INICIO MÁS LEJANO, IL	TERMINACIÓN MÁS LEJANA, TL	HOLGURA, IL - IC	¿EN LA RUTA CRÍTICA?
A	0	2	0	2	0	Sí
B	0	3	1	4	1	No
C	2	4	2	4	0	Sí
D	3	7	4	8	1	No
E	4	8	4	8	0	Sí
F	4	7	10	13	6	No
G	8	13	8	13	0	Sí
H	13	15	13	15	0	Sí

La gráfica siguiente muestra la red de Lester Harky con su ruta crítica. Puede observar que la ruta crítica está formada por las actividades A, C, E, G y H.

Las actividades A, C, E, G y H no tienen tiempo de holgura, lo cual significa que ninguna se puede demorar sin retrasar todo el proyecto. Por ello, se llaman *actividades críticas* y se dice que están en la ruta crítica. El tiempo total de terminación del proyecto (T), 15 semanas, se ve como el número más grande en las columnas de TC y TL de la tabla de la página anterior. Los gerentes industriales señalan que esta es una tabla de horarios frontera.



Probabilidad de terminación de un proyecto

El **análisis de la ruta crítica** ayudó a determinar que el tiempo esperado de terminación del proyecto de la fundidora es de 15 semanas. Sin embargo, Harky sabe que si el proyecto no termina en 16 semanas, los inspectores ambientales lo forzarán a cerrar General Foundry. También está consciente de que existe una variación significativa en las estimaciones de los tiempos para diversas actividades. La variación en las actividades que están en la ruta crítica llega a afectar la terminación del proyecto completo y quizás a retrasarlo. Este es un suceso que preocupa a Harky considerablemente.

PERT utiliza la varianza de las actividades de la ruta crítica para ayudar a determinar la varianza de todo el proyecto. Si los tiempos de las actividades son estadísticamente independientes, la varianza del proyecto se calcula sumando las varianzas de las actividades críticas:

$$\text{Varianza del proyecto} = \sum \text{varianzas de las actividades en la ruta crítica}$$

Entonces, la varianza del proyecto es:

$$\text{Varianza del proyecto} = 4/36 + 4/36 + 36/36 + 64/36 + 4/36 = 112/36 = 3.111$$

Sabemos que la desviación estándar es tan solo la raíz cuadrada de la varianza, así que:

Desviación estándar del proyecto $\sigma = 1.76$ semanas.



¿Cómo puede ser útil esta información para contestar las preguntas con respecto a la probabilidad de terminar el proyecto a tiempo? Además de suponer que los tiempos de las actividades son independientes, también suponemos que el tiempo total de terminación del proyecto completo sigue una distribución de probabilidad normal. Con tales supuestos, la curva en forma de campana mostrada en la gráfica siguiente representaría las fechas de terminación del proyecto completo. También significa que hay una posibilidad de 50% de que todo el proyecto se termine en menos de 15 semanas y de 50% de que exceda las 15 semanas.

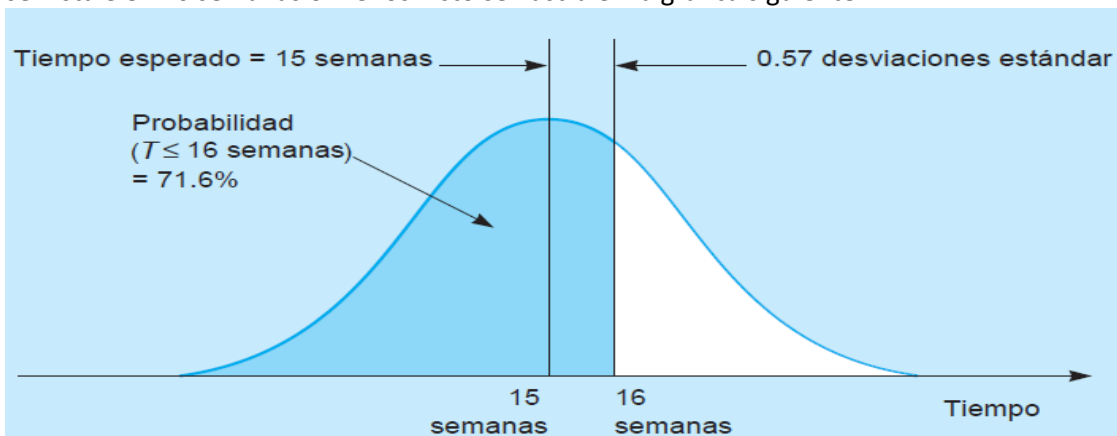
Para que Harky encuentre la probabilidad de que su proyecto termine en 16 semanas o menos, necesita determinar el área adecuada bajo la curva normal. Se puede aplicar la ecuación normal estándar como sigue:

$$Z = \frac{\text{Fecha de entrega} - \text{fecha esperada de terminación}}{\sigma_T}$$

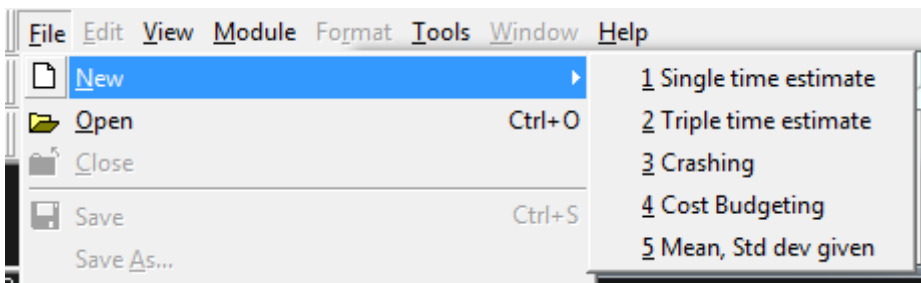
$$= \frac{16 \text{ semanas} - 15 \text{ semanas}}{1.76 \text{ semanas}} = 0.57$$

Donde:

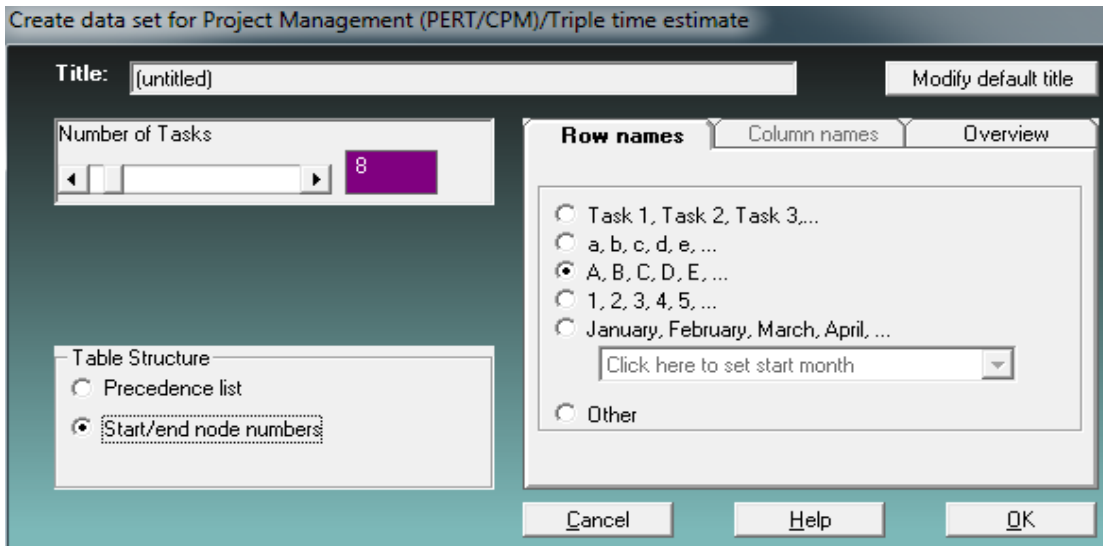
Z es el número de desviaciones estándar a las que la fecha de entrega o la fecha meta se separa de la media o fecha esperada. Si consultamos la tabla normal, encontramos una probabilidad de 0.71566. Entonces, hay una posibilidad de 71.6% de que el equipo de control de la contaminación se instale en 16 semanas o menos. Esto se ilustra en la gráfica siguiente.



Usaremos POM-QM para ingresar los datos del proyecto de Lester Harky: Hacemos clic en Module y seguidamente clic en "Project Management PERT/CPM) Ahora hacemos clic en File y se nos mostrará una pequeña ventana en New.



Como trabajaremos con tres tiempos para el proyecto, haremos clic en la opción 2 “Triple time estimate”. Se nos mostrará la siguiente pantalla. **En Number of Tasks (número de tareas): 8**



En la pantalla siguiente ingresamos los tiempos y las actividades predecesoras. Como se muestra.

Network type		Method				
<input checked="" type="radio"/> Precedence list <input type="radio"/> Start/end node numbers		Triple time estimate				
	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time	Prec 1	Prec 2	Prec 3
A	1	2	3			
B	2	3	4			
C	1	2	3	A		
D	2	4	6	B		
E	1	4	7	C		
F	1	2	9	C		
G	3	4	11	D	E	
H	1	2	3	F	G	

Procedemos a resolver el problema anterior una vez que hemos verificado que los datos han sido ingresados correctamente. Al hacer clic en solve. Se muestra la siguiente ventana.

■ Edit Data
F9

- 1 Project Management (PERT/CPM) Results
- 2 Task time computations
- 3 Charts

1. Resultados de PERT-CPM
2. Cálculos de tiempo de las actividades
3. gráficos

1. Resultados de PERT-CPM

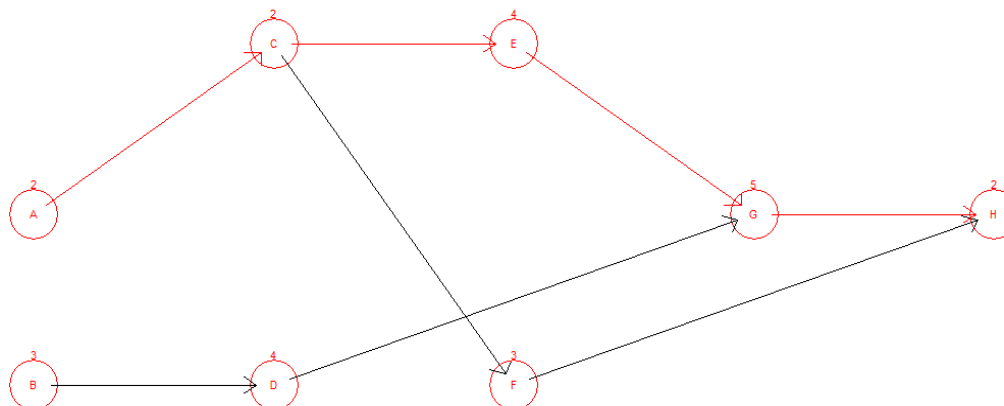
Project Management (PERT/CPM) Results							
	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project	15						1.76
A	2	0	2	0	2	0	.33
B	3	0	3	1	4	1	.33
C	2	2	4	2	4	0	.33
D	4	3	7	4	8	1	.67
E	4	4	8	4	8	0	1
F	3	4	7	10	13	6	1.33
G	5	8	13	8	13	0	1.33
H	2	13	15	13	15	0	.33

2. Cálculos de tiempo de las actividades

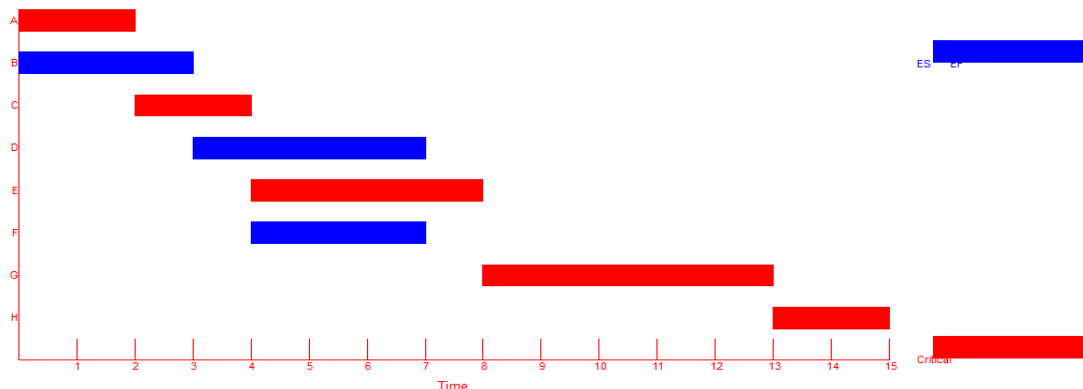
	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time	Activity time	Standard Deviation	Variance
A	1	2	3	2	.33	.11
B	2	3	4	3	.33	.11
C	1	2	3	2	.33	.11
D	2	4	6	4	.67	.44
E	1	4	7	4	1	1
F	1	2	9	3	1.33	1.78
G	3	4	11	5	1.33	1.78
H	1	2	3	2	.33	.11
Project results						
Total of critical Activities						3.11
Square root of total					1.76	

3. Graficas

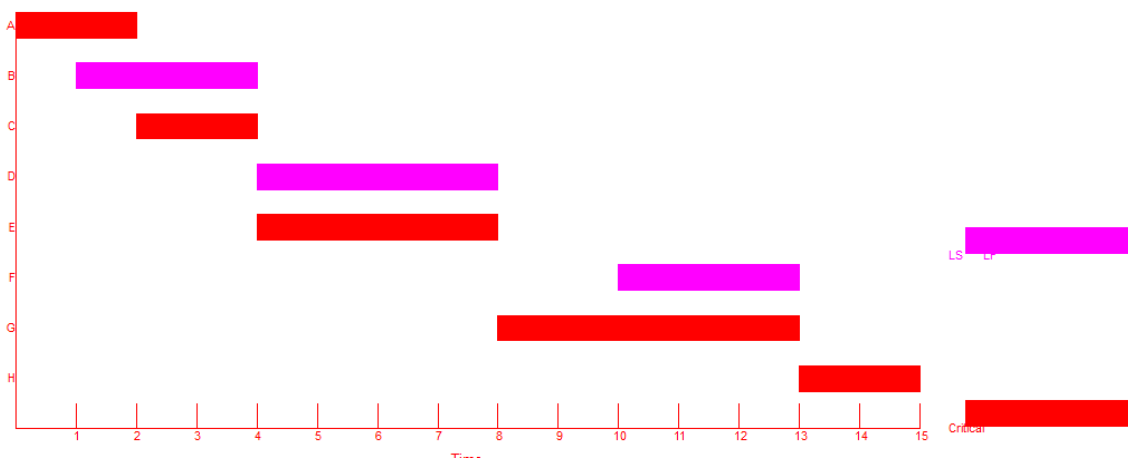
Precedence Graph



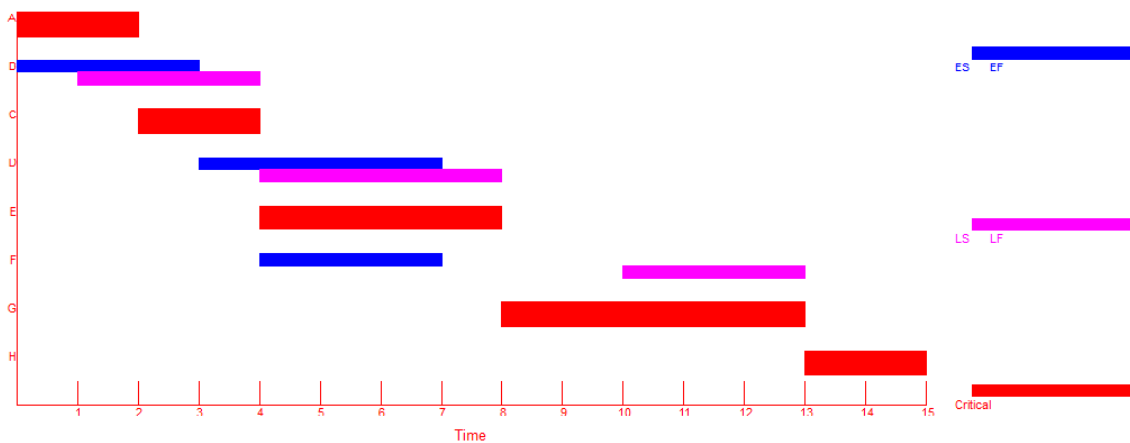
Gantt chart (Early times)



Gantt chart (Late times)



Gantt chart (Early and Late times)



Tema 5: Modelos de Redes

Las redes sirven para modelar una amplia gama de problemas. Hemos visto los problemas de transporte, trasbordo y asignación modelados como redes. Se utilizó programación lineal para resolverlos y se presentaron también otras técnicas. Ahora se estudiarán los siguientes problemas de redes: el **problema del árbol de expansión mínima**, el **problema del flujo máximo** y el **problema de la ruta más corta**. Se mostrarán técnicas de solución especiales y, cuando sea adecuado, se dará una formulación de programación lineal. La *técnica del árbol de expansión mínima* determina el camino a través de la red que conecta todos los puntos, al tiempo que minimiza la distancia total. Cuando los puntos representan casas en una sección, esta técnica es útil para determinar la mejor forma de conectarlas a la energía eléctrica, al sistema de agua, etcétera, de modo que se minimice la distancia total o la longitud de los cables o las tuberías. La *técnica del flujo máximo* encuentra el máximo flujo de cualquier cantidad o sustancia que pasa por la red. Esta técnica puede determinar, por ejemplo, el número máximo de vehículos (autos, camiones y otros) que pueden transitar por la red de carreteras de un lugar a otro. Por último, la *técnica de la ruta más corta* calcula la trayectoria más corta a través de una red. Por ejemplo, la ruta más corta de una ciudad a otra por la red de carreteras.

Todos los ejemplos que describen las diferentes técnicas de redes son pequeños y sencillos comparados con problemas reales. Lo hacemos así para facilitar la comprensión de las técnicas. En muchos casos, los problemas de redes más pequeños se resuelven por inspección o de manera intuitiva. Sin embargo, en problemas más grandes, encontrar la solución puede ser difícil y requerir técnicas de redes poderosas. Los problemas más grandes quizá requieran cientos e incluso miles de iteraciones. La computarización de tales técnicas necesita el enfoque sistemático que presentamos.

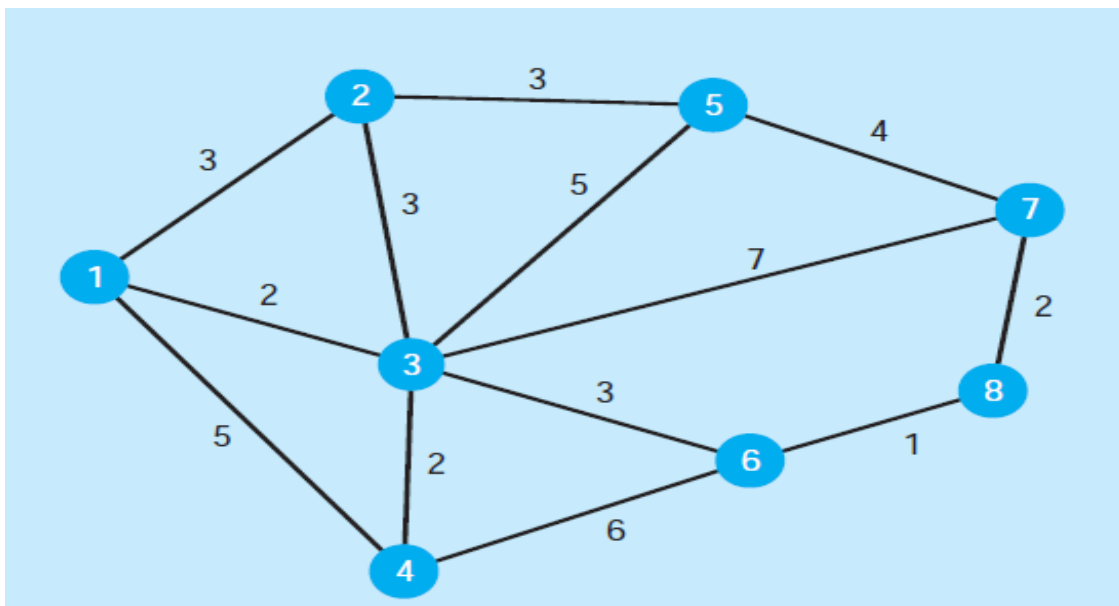
Problema 7 (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 11, Modelos de Redes / página 430/ Problema de Árbol de expansión mínima)

La técnica del árbol de expansión mínima implica conectar todos los puntos de una red, al tiempo que minimiza la distancia entre ellos. Se aplica, por ejemplo, en las compañías telefónicas para conectar entre sí varios teléfonos minimizando la longitud total del cable.

Considere la compañía Lauderdale Construction, que desarrolla un proyecto habitacional de lujo en Panamá City Beach, Florida. Melvin Lauderdale, dueño y presidente de Lauderdale Construction, tiene que determinar la forma menos costosa de suministrar agua y electricidad a cada casa. La red de viviendas se muestra en la gráfica siguiente, hay ocho casas en el golfo y la distancia entre cada una se muestra en la red, en cientos de pies. La distancia entre las casas 1 y 2, por ejemplo, es de 300 pies. (Hay un número 3 entre los nodos 1 y 2). Entonces, la técnica del árbol de expansión mínima sirve para determinar la distancia mínima para conectar todos los nodos. El enfoque se describe como sigue:

Pasos para la técnica del árbol de expansión mínima

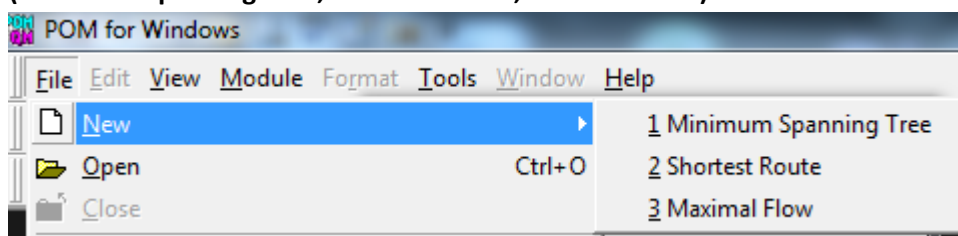
1. Seleccionar cualquier nodo en la red.
2. Conectar este nodo con el nodo más cercano que minimice la distancia total.
3. Considerar todos los nodos que están conectados, encontrar y conectar el nodo más cercano que no esté conectado. Si hay un empate en el nodo más cercano, seleccionar uno de manera arbitraria. Un empate sugiere que existe más de una solución óptima.
4. Repetir el paso 3 hasta que todos los nodos estén conectados.



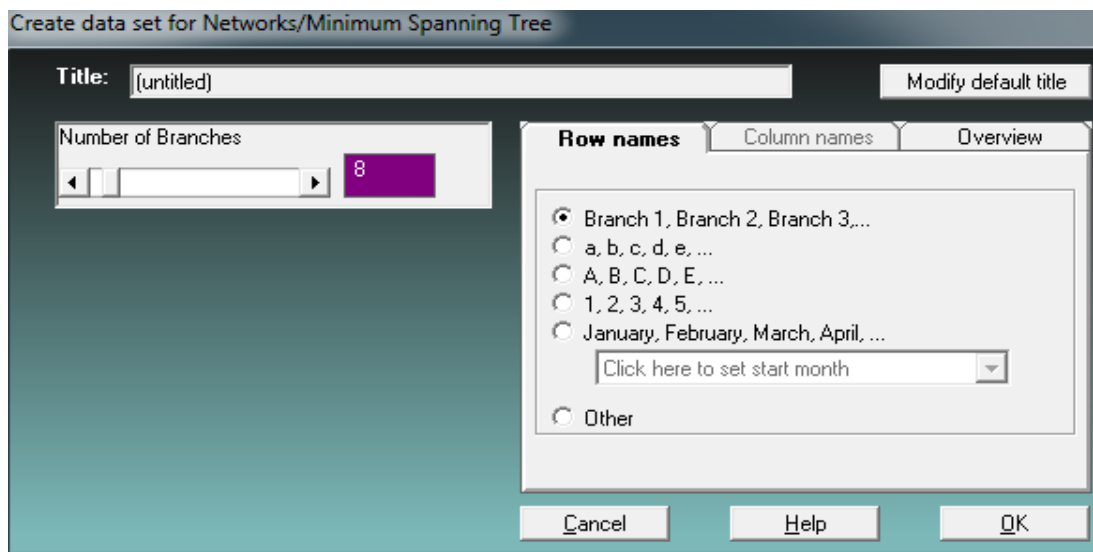
Resolveremos el problema de árbol de expansión mínima utilizando el Software POM-QM.

Para lo cual hacemos clic en **Module** y luego clic en **Networks** para activar el módulo.

Ahora hacemos clic en **File** y luego se nos muestra una pequeña ventana con tres opciones (**Minimum Spanning Tree, Shortest Route, Maximal Flow**) como se muestra.



Hacemos clic en "1. Minimum Spanning Tree" árbol de expansion minima.



El árbol tiene 8 nodos. Por lo que procedemos a ingresar los costos en la tabla matriz que se muestra.

Branch name	Start node	End node	Cost
Casa 1-2	1	2	3
Casa 1-3	1	3	2
Casa 1-4	1	4	5
Casa 2-3	2	3	3
Casa 2-5	2	5	3
Casa 3-5	3	5	5
Casa 3-7	3	7	7
Casa 3-6	3	6	3
Casa 3-4	3	4	2
Casa 4-6	4	6	6
Casa 5-7	5	7	4
Casa 6-8	6	8	1
Casa 7-8	7	8	2

Para resolver el problema una vez grabado los datos de la red damos clic en Solve y se nos muestra una ventana con las opciones indicada: Networks Results (resultados de la red) y Solutions steps (pasos de la solución)

Edit Data F9
 1 Networks Results
 2 Solution steps

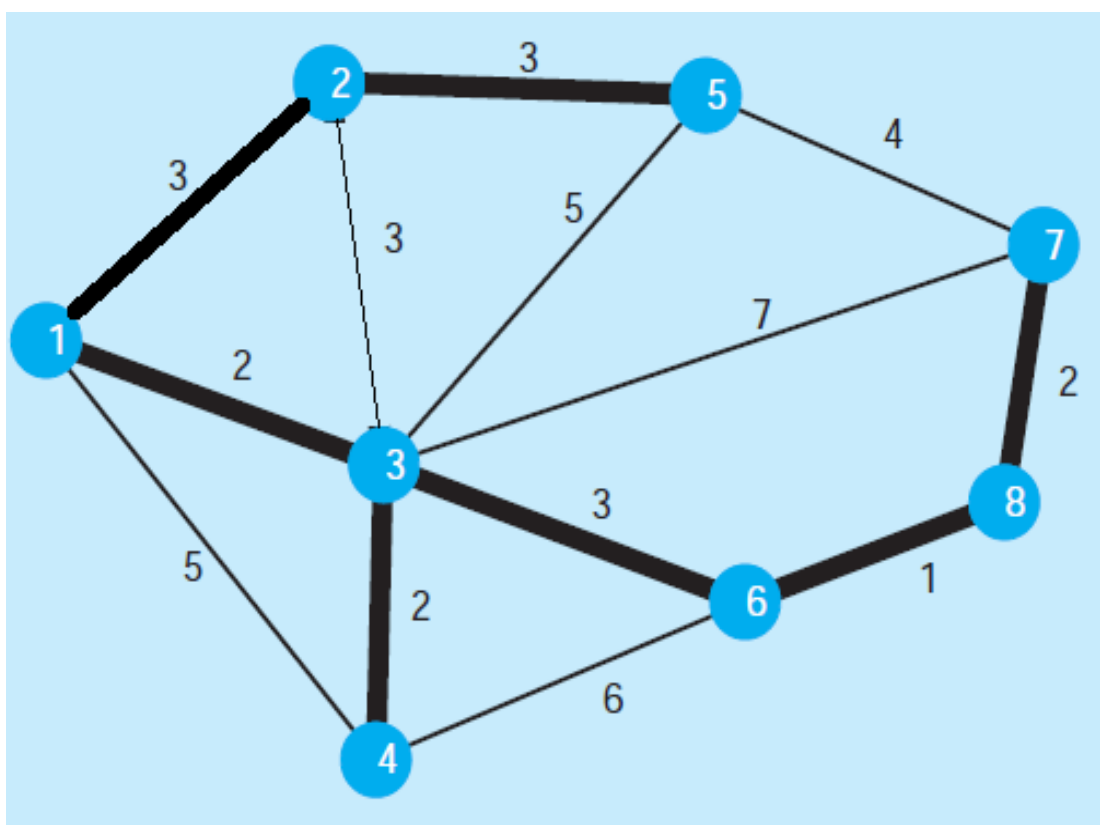
Networks Results (untitled) Sol

Branch name	Start node	End node	Cost	Include	Cost
Casa 1-2	1	2	3	Y	3
Casa 1-3	1	3	2	Y	2
Casa 1-4	1	4	5		
Casa 2-3	2	3	3		
Casa 2-5	2	5	3	Y	3
Casa 3-5	3	5	5		
Casa 3-7	3	7	7		
Casa 3-6	3	6	3	Y	3
Casa 3-4	3	4	2	Y	2
Casa 4-6	4	6	6		
Casa 5-7	5	7	4		
Casa 6-8	6	8	1	Y	1
Casa 7-8	7	8	2	Y	2

2. Pasos de la solución:

Starting node for iterations: Note
Multiple optimal solutions exist

Branch	Starting node	Ending node	Cost	Cumulative cost
Casa 1-3	1	3	2	2
Casa 3-4	3	4	2	4
Casa 1-2	1	2	3	7
Casa 2-5	2	5	3	10
Casa 3-6	3	6	3	13
Casa 6-8	6	8	1	14
Casa 7-8	7	8	2	16



Solución óptima de la red

Problema 8 (Libro Introducción a la Investigación de Operaciones/Hillier y Lieberman/novena edición/capítulo 9, Modelos de Optimización de Redes /página 345/ Problema del flujo máximo de Seervada Park)

Problema del flujo máximo

El **problema del flujo máximo** implica determinar la cantidad máxima de material que en una red puede fluir de un punto (**el origen**) a otro (**el destino final**). Los ejemplos de este tipo de problema incluyen determinar el número máximo de autos que circulan por un sistema de carreteras, la cantidad máxima de líquido que fluye por una red de tuberías y la cantidad máxima de datos que pueden fluir por una red de cómputo.

Para encontrar el flujo máximo desde el origen o el inicio de una red hasta el sumidero o final de la red, se utilizan dos métodos comunes: la técnica del flujo máximo y la programación lineal. presentaremos un ejemplo y demostrar el primero de los dos métodos.

Técnica del flujo máximo

En términos generales, el problema de flujo máximo se puede describir de la siguiente manera.

1. Todo flujo a través de una red conexa dirigida se origina en un nodo, llamado origen, y termina en otro nodo llamado destino.
2. Los nodos restantes son nodos de trasbordo.
3. Se permite el flujo a través de un arco sólo en la dirección indicada por la flecha, donde la cantidad máxima de flujo está dada por la capacidad del arco. En el origen, todos los arcos señalan hacia afuera. En el destino, todos señalan hacia el nodo.
4. El objetivo es maximizar la cantidad total de flujo del origen al destino. Esta cantidad se mide en cualquiera de las dos maneras equivalentes, esto es, la cantidad que sale del origen o la cantidad que entra al destino.

Algunas aplicaciones

A continuación se mencionan algunos tipos de aplicaciones comunes del problema del flujo máximo.

1. Maximizar el flujo a través de la red de distribución de una compañía desde sus fábricas hasta sus clientes.
2. Maximizar el flujo a través de la red de suministros de una compañía de proveedores a las fábricas.
3. Maximizar el flujo de petróleo por un sistema de tuberías.
4. Maximizar el flujo de agua a través de un sistema de acueductos.
5. Maximizar el flujo de vehículos por una red de transporte.

En algunas de estas aplicaciones, el flujo a través de la red se puede originar en más de un nodo y también puede terminar en más de uno, aunque el problema de flujo máximo puede tener sólo un origen y un destino. Por ejemplo, una red de distribución de una compañía tiene varias fábricas y múltiples clientes. En este caso se recurre a una reformulación ingeniosa para ajustar esta situación al problema de flujo máximo. Se trata de aumentar la red original para que incluya un origen ficticio, un destino ficticio y algunos arcos nuevos. El origen ficticio se maneja como el nodo

que da origen a todo el flujo que en realidad se origina en algunos otros nodos. En cada uno de estos otros nodos se inserta un nuevo arco que va desde el origen ficticio hasta este nodo, donde la capacidad del arco es igual al flujo máximo que se puede originar en este nodo. De manera similar, el destino ficticio se trata como el nodo que absorbe todo el flujo que, en realidad, termina en algún otro nodo. Por lo tanto, se coloca un nuevo arco desde cada uno de los otros nodos hasta el destino ficticio con capacidad igual al flujo máximo que en realidad termina en este nodo. Debido a estos cambios, todos los nodos de la red original se convierten en nodos de trasbordo para que la red aumentada tenga un solo origen (la fuente ficticia) y un solo destino (el destino ficticio) y se ajuste al problema del flujo máximo.

Algoritmo de la trayectoria de aumento del problema de flujo máximo

1. Se identifica una trayectoria de aumento cuando se encuentra alguna trayectoria dirigida del origen al destino en la red residual, tal que cada arco sobre ella tenga capacidad residual estrictamente positiva. (Si no existe una, los flujos netos asignados constituyen un patrón de flujo óptimo.)
2. Cuando se encuentra el mínimo de las capacidades residuales de los arcos sobre esta trayectoria se identifica la capacidad residual c^* de esta trayectoria de aumento. Se aumenta en c^* el flujo de esta trayectoria.
3. Se disminuye en c^* la capacidad residual de cada arco en esta trayectoria de aumento. Se aumenta en c^* la capacidad residual de cada arco en la dirección opuesta en esta trayectoria. Se regresa al paso 1.

Cuando se lleva a cabo el paso 1, con frecuencia habrá varias alternativas de trayectorias de aumento entre las cuales se podrá escoger. Aunque la estrategia algorítmica para elegir es importante para elevar la eficiencia de las aplicaciones a gran escala.

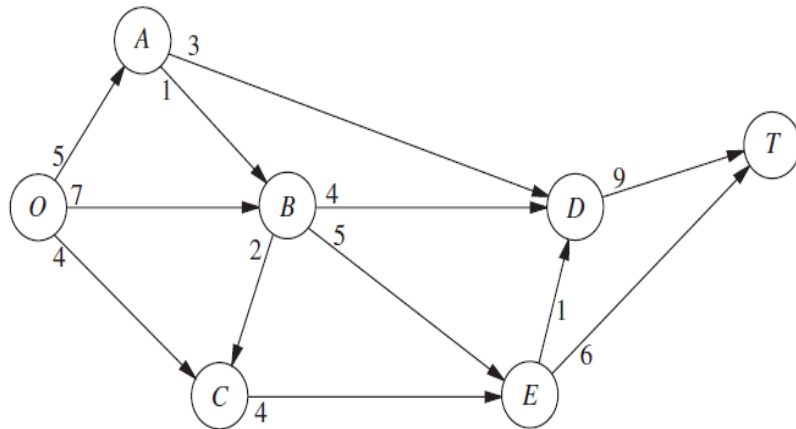
Planteamiento del problema

En fecha reciente se reservó el área de SEERVADA PARK para paseos y campamentos. No se permite la entrada de automóviles, pero existe un sistema de caminos angostos y sinuosos para tranvías y para “jeeps” conducidos por los guardabosques. En la gráfica siguiente se muestra este sistema de caminos —sin las curvas—, en donde O es la entrada al parque; las otras letras representan la localización de las casetas de los guardabosques y otras instalaciones de servicio. Los números son las distancias en millas de estos caminos accidentados.

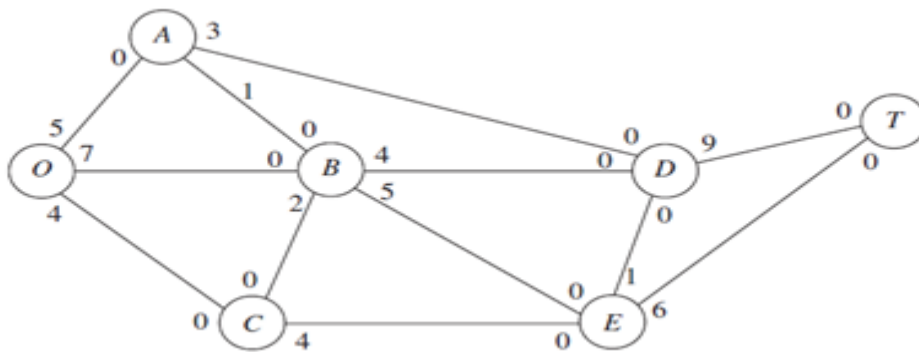
El parque contiene un mirador a un hermoso paisaje en la estación T . Unas cuantas camionetas transportan a los visitantes desde la entrada a la estación T y viceversa.

En este momento la administración del parque se enfrenta a un problema: durante la temporada pico, hay más personas que quieren tomar un tranvía a la estación T que aquellas a las que se les puede dar servicio. Para evitar la perturbación indebida de la ecología y de la vida silvestre de la región, se ha impuesto un racionamiento estricto al número de viajes al día que pueden hacer los tranvías en cada camino. De esta forma, durante la temporada pico, se pueden seguir varias rutas, sin tomar en cuenta la distancia, para aumentar el número de viajes de tranvía diarios. La pregunta es cómo planear las rutas de los distintos viajes, de manera que se *maximice* el número total de viajes que se pueden hacer al día, sin violar los límites impuestos sobre cada camino.

Problema del flujo máximo de Seervada Park.

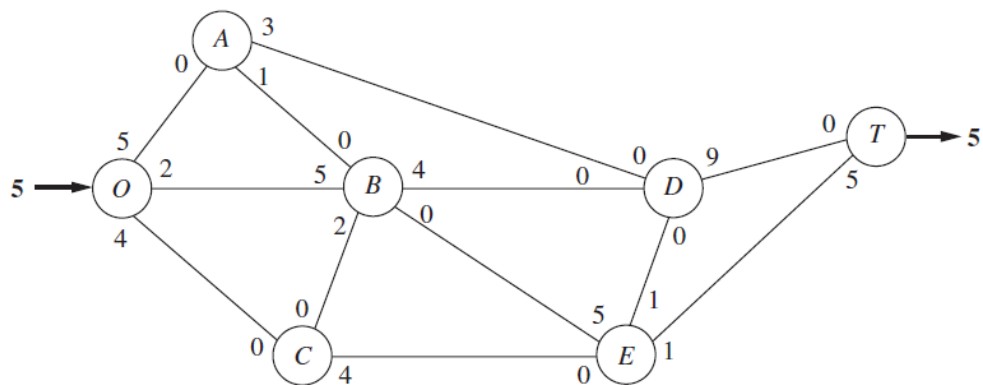


Red residual inicial de Seervada Park

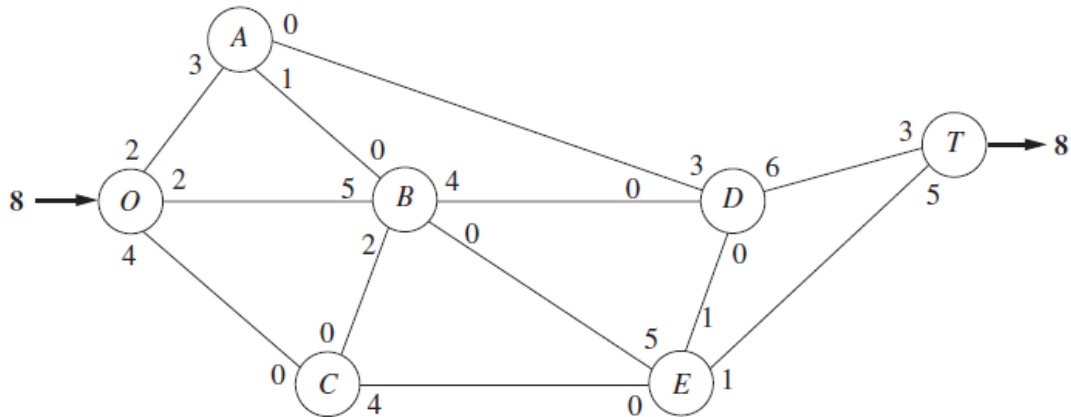


Aplicaremos el algoritmo de la trayectoria de aumento al problema de Seervada Park. A partir de la red residual inicial, que se muestra procederemos con las iteraciones.

Iteración 1: en la gráfica siguiente, una de las trayectorias de aumento es $O \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow T$ que tiene capacidad residual igual al $\min \{7, 5, 6\} = 5$. Si se asigna un flujo de 5 a esta trayectoria, la red residual que resulta es

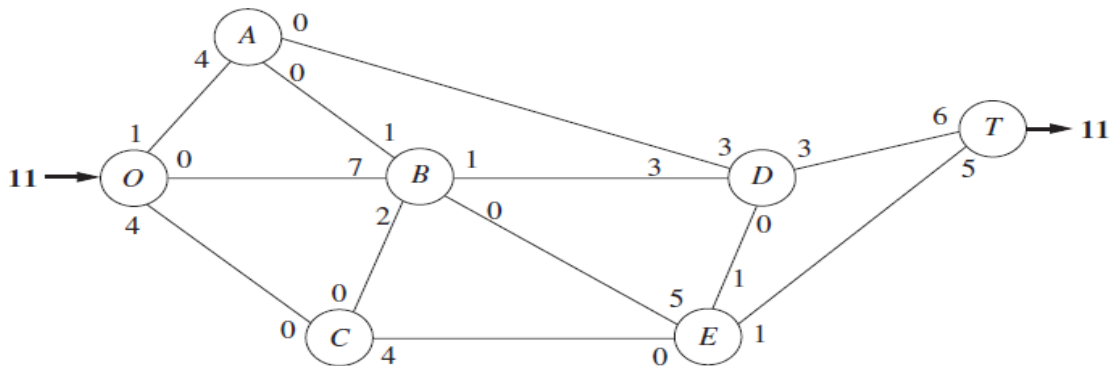


Iteración 2: se asigna un flujo de 3 a la trayectoria de aumento: $O \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow T$. que tiene capacidad residual igual al $\min \{5, 3, 9\} = 3$. Si se asigna un flujo de 5 a esta trayectoria, a red residual que resulta es



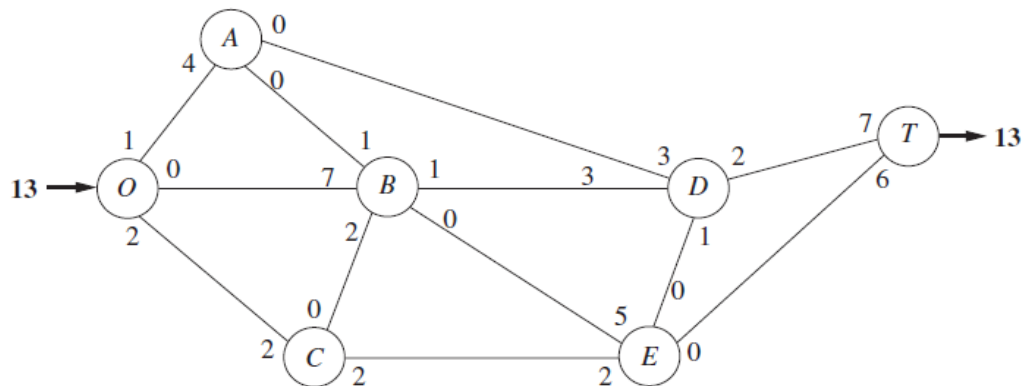
Iteración 3: se asigna un flujo de 1 a la trayectoria de aumento $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow T$.

Iteración 4: se asigna un flujo de 2 a la trayectoria de aumento $O \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow T$. La red residual que resulta es

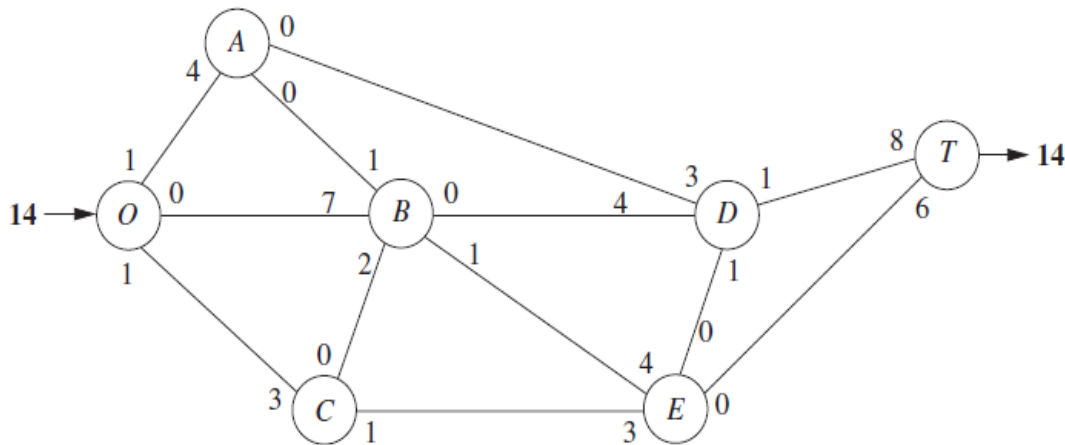


Iteración 5: se asigna un flujo de 1 a la trayectoria de aumento $O \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow T$.

Iteración 6: se asigna un flujo de 1 a la trayectoria de aumento $O \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow T$. La red residual resultante es



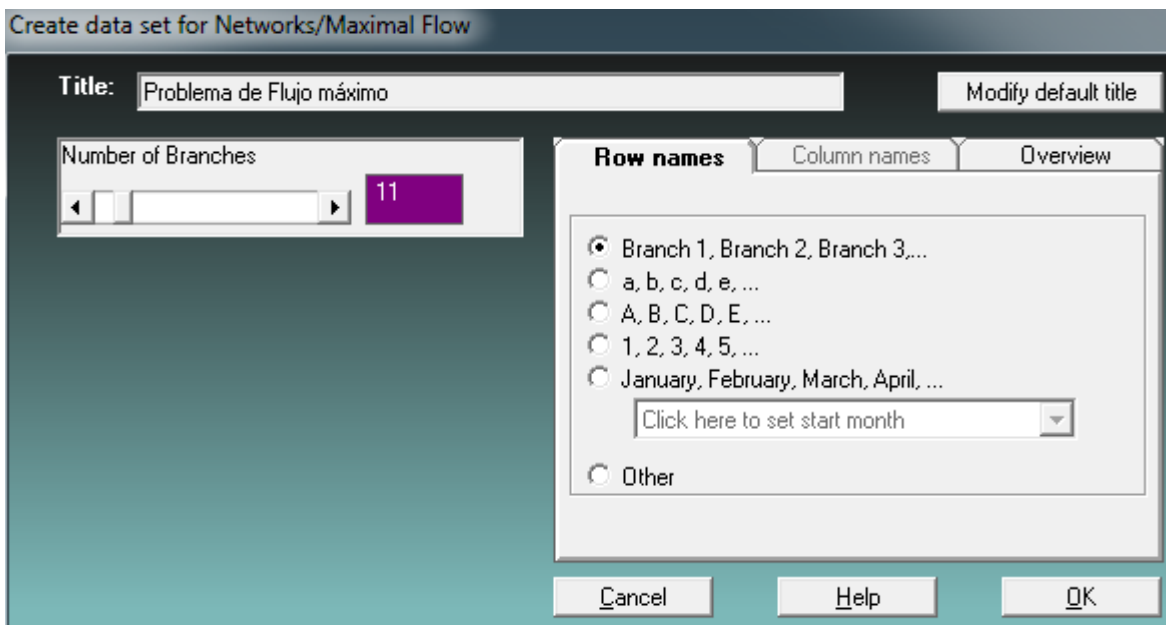
Iteración 7: se asigna un flujo de 1 a la trayectoria de aumento $O \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow T$.
La red residual que resulta es



Ya no existen trayectorias de aumento, por lo que el patrón de flujo actual es óptimo.
Por lo que el número total de viajes que se pueden hacer al día es 14.

Ahora lo resolveremos usando POM-QM. Para lo cual hacemos clic en **Module** y clic en **Networks**.
Después hacemos clic en **File** y **New** donde seleccionamos “3. Maximal flow” (flujo máximo).

Se nos mostrará la pantalla siguiente. Aquí indicamos cuantos arcos o aristas tiene la red.



Hacemos OK y se mostrará la tabla de trabajo, que se muestra en la página siguiente.

Observación: Como los nodos los hemos nombrado con letras y no con números, para efectos del programa haremos la siguiente equivalencia: O→1; A→2; B→3; C→4; D→6; E→5; T→7.

Source: Sink:

Enter the maximum flow along arco-et(57) from starting node to ending node. Any non-negative value is permissible.

Branch name	Start node	End node	Capacity	Reverse capacity
Arco-OA(12)	1	2	5	0
Arco-OB(13)	1	3	7	0
Arco-OC(14)	1	4	4	0
Arco-AB(23)	2	3	1	0
Arco-AD(26)	2	6	3	0
Arco-BC(34)	3	4	2	0
Arco-BD(36)	3	6	4	0
Arco-BE(35)	3	5	5	0
Arco-CE(45)	4	5	4	0
Arco-DT(67)	6	7	9	0
Arco-ED(56)	5	6	1	0
Arco-ET(57)	5	7	6	0

Hemos ingresados los arcos con sus capacidades, ahora para resolverlo hacemos clic en Solve.

1. Resultados de la Red.

Networks Results					
Branch name	Start node	End node	Capacity	Reverse capacity	Flow
Maximal Network Flow	14				
Arco-OA(12)	1	2	5	0	4
Arco-OB(13)	1	3	7	0	6
Arco-OC(14)	1	4	4	0	4
Arco-AB(23)	2	3	1	0	1
Arco-AD(26)	2	6	3	0	3
Arco-BC(34)	3	4	2	0	0
Arco-BD(36)	3	6	4	0	4
Arco-BE(35)	3	5	5	0	-4
Arco-CE(45)	4	5	4	0	4
Arco-DT(67)	6	7	9	0	8
Arco-ED(56)	5	6	1	0	1
Arco-ET(57)	5	7	6	0	6

2. Iteraciones

Iterations			
(untitled) Solution			
Iteration	Path	Flow	Cumulative Flow
1	1-> 3-> 5-> 7	5	5
2	1-> 4-> 5-> 3-> 6-> 7	4	9
3	1-> 2-> 6-> 7	3	12
4	1-> 2-> 3-> 5-> 6-> 7	1	13
5	1-> 3-> 5-> 7	1	14

Problema de la ruta más corta

Considere una red *conexa* y *no dirigida* con dos nodos especiales llamados *origen* y *destino*. A cada *ligadura* (arco no dirigido) se asocia una *distancia* no negativa. El objetivo es encontrar la ruta más corta —la trayectoria con la mínima distancia total— del origen al destino. Se dispone de un algoritmo relativamente sencillo para manejar este problema. La esencia del procedimiento es que analiza toda la red a partir del origen; identifica de manera sucesiva la ruta más corta a cada uno de los nodos en orden ascendente de sus distancias (más cortas), desde el origen; el problema queda resuelto en el momento de llegar al nodo destino. Primero se describirá el método y después se ejemplificará con la solución del problema de la ruta más corta que enfrenta la administración de Seervada Park.

Algoritmo de la ruta más corta

Objetivo de la n-ésima iteración: encontrar el n-ésimo nodo más cercano al origen. (Este paso se repetirá para $n = 1, 2, \dots$ hasta que el n-ésimo nodo más cercano sea el nodo destino.)

Datos de la n-ésima iteración: $n - 1$ nodos más cercanos al origen —que se encontró en las iteraciones previas—, incluida su ruta más corta y la distancia desde el origen. (Estos nodos y el origen se llaman nodos resueltos; el resto son nodos no resueltos.)

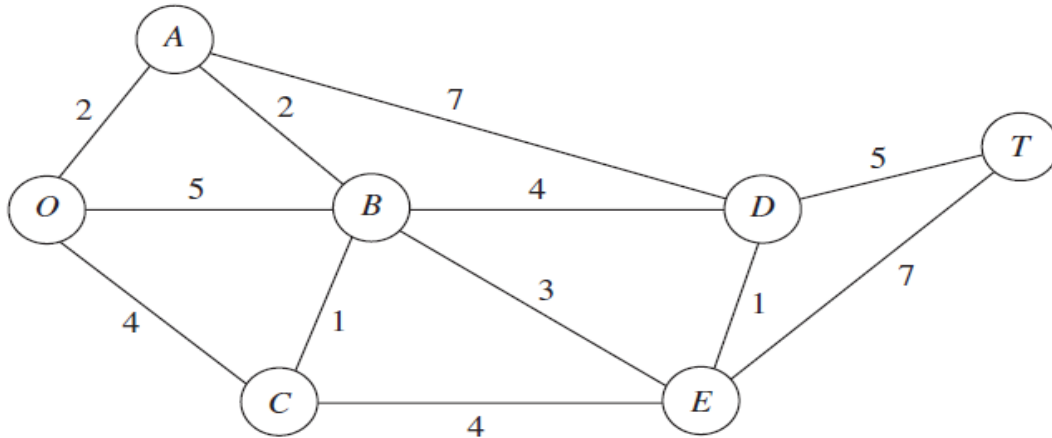
Candidatos para n-ésimo nodo más cercano: cada nodo resuelto que tiene conexión directa por una ligadura con uno o más nodos no resueltos proporciona un candidato, esto es, el nodo no resuelto que tiene la ligadura más corta. (Los empates proporcionan candidatos adicionales.)

Cálculo del n-ésimo nodo más cercano: para cada nodo resuelto y sus candidatos, se suma la distancia entre ellos y la distancia de la ruta más corta desde el origen a este nodo resuelto. El candidato con la distancia total más pequeña es el n-ésimo nodo más cercano —los empates proporcionan nodos resueltos adicionales—, y su ruta más corta es la que genera esta distancia.

Problema 9 (Libro Introducción a la Investigación de Operaciones/Hillier y Lieberman/novena edición/capítulo 9, Modelos de Optimización de Redes /página 337/ Problema de la ruta más corta de Seervada Park)

Aplicación de este algoritmo al problema de la ruta más corta de Seervada Park

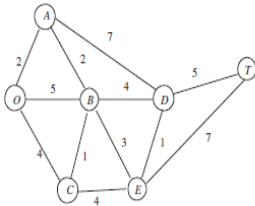
La administración de Seervada Park necesita encontrar la ruta más corta desde la entrada del parque (nodo O) hasta el mirador (nodo T) a través del sistema de caminos que se presenta en la gráfica siguiente.



En la tabla siguiente se encuentran los resultados que se obtuvieron al aplicar el algoritmo anterior, donde el empate del segundo nodo más cercano permite pasar directo a buscar el cuarto nodo más cercano.

- La primera columna (n) indica el número de la iteración.
- La segunda proporciona una lista de los nodos resueltos para comenzar la iteración actual, después de quitar los que no sirven (los que no tienen conexión directa con nodos no resueltos).
- La tercera columna da los candidatos para el n-ésimo nodo más cercano (nodos no resueltos con la ligadura más corta al nodo resuelto).
- La cuarta columna calcula la distancia de la ruta más corta desde el origen a cada candidato, esto es, la distancia al nodo resuelto más la distancia de la ligadura que va al candidato.
- El candidato con la suma de distancias más pequeña es el n-ésimo nodo más cercano al origen, según se indica en la quinta columna.
- Las dos últimas columnas resumen la información de este último nodo resuelto necesaria para pasar a las iteraciones siguientes, es decir, la distancia de la ruta más corta del origen a este nodo y la última rama en esta ruta.

TABLA Aplicación del algoritmo de la ruta más corta al problema de Seervada Park



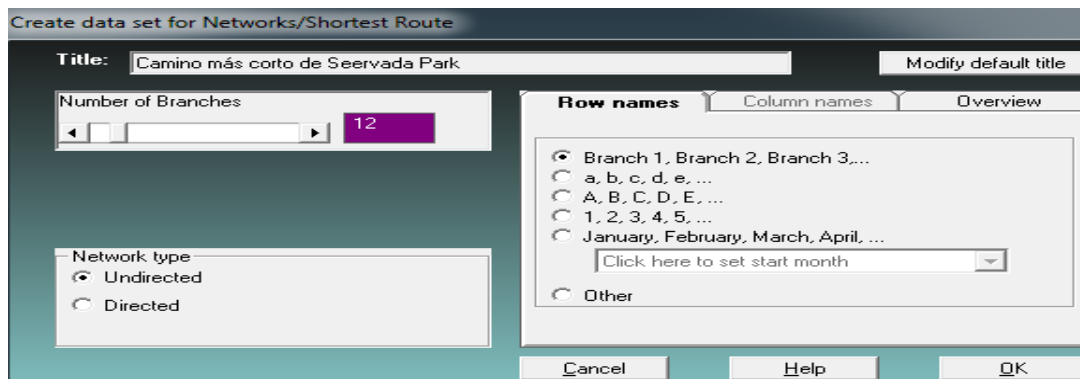
n	Nodos resueltos conectados directamente a nodos no resueltos	Nodo no resuelto más cercano conectado	Distancia total involucrada	n -ésimo nodo más cercano	Distancia mínima	Última conexión
1	O	A	2	A	2	OA
2, 3	O A	C B	4 $2 + 2 = 4$	C B	4 4	OC AB
4	A B C	D E E	$2 + 7 = 9$ $4 + 3 = 7$ $4 + 4 = 8$	E	7	BE
5	A B E	D D D	$2 + 7 = 9$ $4 + 4 = 8$ $7 + 1 = 8$	D D	8 8	BD ED
6	D E	T T	$8 + 5 = 13$ $7 + 7 = 14$	T	13	DT

Ahora se deben relacionar las columnas con la descripción del algoritmo. Los *datos para la n-ésima iteración* se encuentran en las columnas 5 y 6 de las iteraciones anteriores, donde los nodos resueltos de la quinta columna se enumeran después en la segunda para la iteración actual después de eliminar los que no tienen conexión directa con nodos no resueltos. Los *candidatos para el n-ésimo nodo más cercano* se enumeran en la tercera columna de la iteración actual. El *cálculo del n-ésimo nodo más cercano* se realiza en la columna 4 y los resultados se registran en las últimas tres columnas de la iteración actual.

La ruta más corta *desde el nodo destino hasta el origen* se puede rastrear hacia atrás en la última columna de la tabla, con lo que se obtiene $T \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow O$ o bien $T \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow O$. Por tanto, se identificaron las dos opciones de ruta más corta desde el origen hasta el destino como $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow T$ y $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow T$, con una distancia total de 13 millas en cualquiera de las dos.

Usaremos ahora el Software POM-QM para resolver el problema de la ruta más corta de Seervada Park .

Hacemos clic en **Module** y luego **Networks** para activar el **módulo de redes**. Luego hacemos clic en **File** y después en **New** y seleccionamos **"2. Shortest Route"** (Ruta corta).



Ingresamos los arcos con sus respectivas distancias en una red no dirigida, siendo (1) el nodo de origen y 7 el nodo de destino.

Network type
 Undirected
 Directed

Origin: 1 Destination: 7

Enter the name for this branch. Almost any character is permissible.

Camino más corto de Seervada Park

	Start node	End node	Distance
Arco OA(12)	1	2	2
Arco OB(13)	1	3	5
Arco OC(14)	1	4	4
Arco AB(23)	2	3	2
Arco AD(26)	2	6	7
Arco BC(34)	3	4	1
Arco BD(36)	3	6	4
Arco BE(35)	3	5	3
Arco CE(45)	4	5	4
Arco ED(56)	5	6	1
Arco ET(57)	5	7	7
Arco DT(67)	6	7	5

Para obtener la ruta más corta hacemos clic en solve.

1. Resultados de la red

Networks Results

Camino más corto de Seervada Park Solution

Total distance = 13

	Start node	End node	Distance	Cumulative Distance
Arco OA(12)	1	2	2	2
Arco AB(23)	2	3	2	4
Arco BD(36)	3	6	4	8
Arco DT(67)	6	7	5	13

2. Matriz de distancia mínima.

Minimum distance matrix

Camino más corto de Seervada Park Solution

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	2	4	4	7	8	13
2	2	0	2	3	5	6	11
3	4	2	0	1	3	4	9
4	4	3	1	0	4	5	10
5	7	5	3	4	0	1	6
6	8	6	4	5	1	0	5
7	13	11	9	10	6	5	0

Problema del flujo de costo mínimo

El problema del flujo de costo mínimo tiene una posición central entre los modelos de optimización de redes; primero, abarca una clase amplia de aplicaciones y, segundo, su solución es muy eficiente. Igual que el problema del flujo máximo, toma en cuenta un flujo en una red con capacidades de arco limitadas. Igual que el problema de la ruta más corta, considera un costo (o distancia) del flujo a través de un arco. Igual que el problema de transporte o el de asignación, puede manejar varios orígenes (nodos fuente) y varios destinos (nodos demanda) del flujo, de

nuevo con costos asociados. En realidad, estos cuatro problemas son casos especiales del problema del flujo de costo mínimo.

La razón por la que el problema del flujo de costo mínimo se puede resolver de modo tan eficiente es que se puede formular como un problema de **programación lineal** y es posible resolverlo con una versión simplificada del método simplex llamada **método simplex de redes**.

A continuación se describe el problema del flujo de costo mínimo.

1. La red es una red dirigida y conexas.
2. Al menos uno de los nodos es un nodo fuente.
3. Al menos uno de los nodos es un nodo demanda.
4. El resto de los nodos son nodos de trasbordo.
5. Se permite el flujo a través de un arco sólo en la dirección que indica la flecha, donde la cantidad máxima de flujo está dada por la capacidad del arco. (Si el flujo puede ocurrir en ambas direcciones, debe representarse por un par de arcos con direcciones opuestas.)
6. La red tiene suficientes arcos con suficiente capacidad para permitir que todos los flujos generados por los nodos fuente lleguen a los nodos demanda.
7. El costo del flujo a través del arco es proporcional a la cantidad de ese flujo, donde se conoce el costo por unidad.
8. El objetivo es minimizar el costo total de enviar el suministro disponible a través de la red para satisfacer la demanda dada. (Un objetivo alternativo es maximizar la ganancia total del envío.)

Algunas aplicaciones

Tal vez el tipo más importante de aplicación del problema del flujo de costo mínimo es en la operación de la red de distribución de una compañía. Como se resume en el primer renglón de la tabla siguiente, este tipo de aplicación siempre incluye determinar un plan para enviar bienes desde las *fuentes* (fábricas, etc.) a las *instalaciones de almacenamiento intermedias* (según se necesite) y después a los *clientes*.

TABLA Aplicaciones comunes del problema del flujo de costo mínimo

Tipo de aplicación	Nodos fuente	Nodos de trasbordo	Nodos demanda
Operación de una red de distribución	Fuentes de bienes	Almacenes intermedios	Clientes
Administración de desechos sólidos	Fuentes de desechos sólidos	Instalaciones de procesamiento	Rellenos
Operación de una red de suministros	Agentes de ventas	Almacenes intermedios	Instalaciones de procesamiento
Coordinación de mezclas de productos en plantas	Plantas	Producción de un artículo específico	Mercado del producto específico
Administración de flujo de efectivo	Fuentes de efectivo en tiempos específicos	Opciones de inversión a corto plazo	Necesidad de efectivo en tiempos específicos

Formulación del modelo

Considere una red conexas dirigida en la que los n nodos incluyen al menos un nodo origen y un nodo destino. Las variables de decisión son

x_{ij} = flujo a través del arco $i \rightarrow j$,

y la información incluye:

c_{ij} = costo por unidad de flujo a través del arco $i \rightarrow j$,

u_{ij} = capacidad del arco $i \rightarrow j$,

b_i = flujo neto generado por el nodo i .

El valor de b_i depende de la naturaleza del nodo i , donde

$b_i > 0$ si i es un nodo fuente,

$b_i < 0$ si i es un nodo demanda,

$b_i = 0$ si i es un nodo de trasbordo.

El objetivo es minimizar el costo total de enviar los recursos disponibles a través de la red para satisfacer la demanda.

Si se usa la convención de que las sumas se toman sólo sobre arcos existentes, la formulación de programación lineal de este problema es

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij},$$

sujeta a

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1}^n x_{ji} = b_i, \quad \text{para cada nodo } i,$$

y

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij}, \quad \text{para cada arco } i \rightarrow j.$$

La primera suma de las restricciones de los nodos representa el flujo total que sale del nodo i mientras que la segunda representa el flujo total que entra al nodo i ; por tanto, la diferencia es el flujo neto generado en este nodo.

El patrón de los coeficientes de estas restricciones de nodo es una característica importante de los problemas de flujo de costo mínimo. No siempre es fácil reconocer un problema de flujo de costo mínimo, pero al formular (o reformular) un problema de manera que sus coeficientes de restricción tengan este patrón es una buena forma de hacerlo. Lo anterior permite resolver el problema de manera muy eficiente mediante el método simplex de redes.

En algunas aplicaciones es necesario tener una cota inferior $L_{ij} > 0$ para el flujo que pasa por cada arco $i \rightarrow j$. Cuando esto ocurre se hace una conversión de variables, $x'_{ij} = X_{ij} - L_{ij}$, donde X_{ij} se sustituye por $x'_{ij} + L_{ij}$ en todo el modelo, a fin de ajustarlo al formato anterior con restricciones de no negatividad.

No se garantiza que el problema tenga soluciones factibles, pues esto depende en parte de que arcos están presentes en la red y de sus capacidades. De cualquier manera, para una red diseñada en forma razonable, la condición necesaria más importante es la siguiente.

Propiedad de soluciones factibles: una condición necesaria para que un problema de flujo de costo mínimo tenga soluciones factibles es que

$$\sum_{i=1}^n b_i = 0.$$

Es decir, que el flujo total generado por los nodos origen es igual al flujo total absorbido por los nodos destino.

Si los valores de b_i , que se dan en alguna aplicación violan esta condición, la interpretación más común es que los recursos o las demandas —lo que se tenga en exceso— representan en realidad cotas superiores y no cantidades exactas. Cuando esta situación surge se agrega un destino ficticio para recibir los recursos que sobraban o bien se añade un origen ficticio para enviar el exceso de demanda. con $c_{ij} = 0$ desde todos los nodos origen hasta este nodo, o bien agregar un nodo origen ficticio para generar un flujo equivalente al exceso de demanda —se agregan arcos con $c_{ij} = 0$ de este nodo a todos los nodos de demanda.

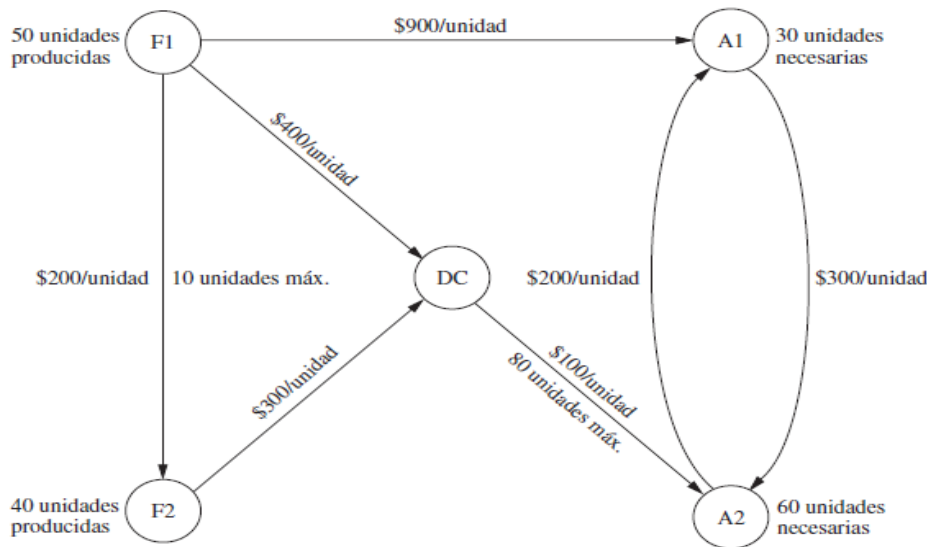
En muchas aplicaciones, las cantidades b_i y u_{ij} tendrán valores enteros y la solución requerirá que las cantidades de flujo x_{ij} también sean enteras. Por fortuna, igual que para el problema de transporte, este tipo de solución está garantizada sin tener que establecer restricciones enteras de manera explícita sobre las variables. Esto se debe a la siguiente propiedad.

Propiedad de soluciones enteras: en el caso de los problemas de flujo de costo mínimo en donde toda b_i y u_{ij} tienen un valor entero, todas las variables de cada solución básica factible (BF), incluida la óptima, tendrán también valores enteros.

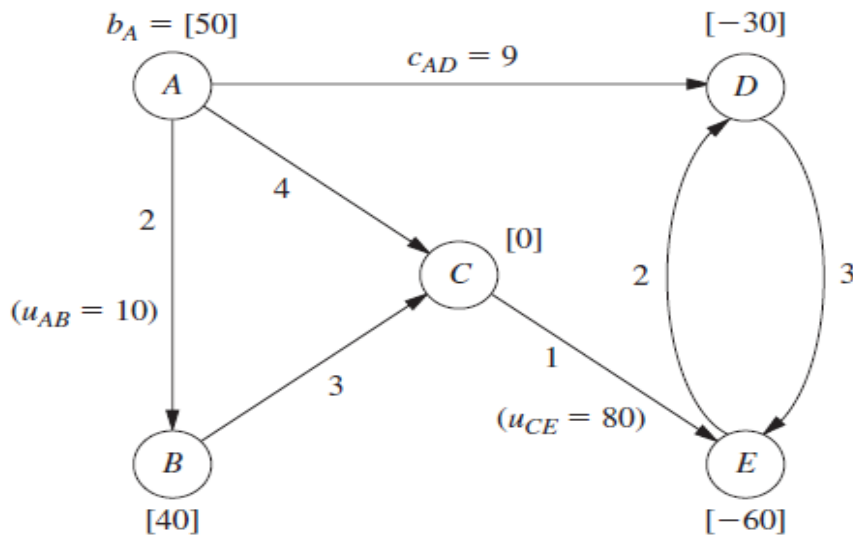
Problema 10 (Libro Introducción a la Investigación de Operaciones/Hillier y Lieberman/novena edición/capítulo 9, Modelos de Optimización de Redes /página 355/ Problema de flujo de costo mínimo)

La DISTRIBUTION UNLIMITED CO. Fabricará el mismo nuevo producto en dos plantas distintas y después tendrá que enviarlo a dos almacenes de distribución, donde cualquiera de las dos fábricas puede abastecer a cualquiera de los dos almacenes. La red de distribución disponible para el envío de este producto se muestra en la gráfica siguiente, donde F1 y F2 son las dos fábricas, A1 y A2 son los dos almacenes y CD es el centro de distribución. Las cantidades que deben enviarse desde F1 y F2 se muestran a la izquierda, y las cantidades que deben recibirse en A1 y A2 se presentan a la derecha. Cada flecha representa un canal factible de envío. F1 puede enviar directamente a A1 y tiene tres rutas posibles (F1 → CD → A2, F1 → F2 → CD → A2 y F1 → A1 → A2) para mandar bienes a A2. La fábrica F2 tiene sólo una ruta a A2 (F2 → CD → A2) y una a A1 (F2 → CD → A2 → A1). El costo por unidad enviada a través de cada canal se muestra al lado de la flecha. También, junto a F1 → F2 y CD → A2 se muestran las cantidades máximas que se pueden enviar por estos canales. Los otros canales tienen suficiente capacidad para manejar todo lo que las fábricas pueden enviar. La decisión que debe tomarse se refiere a qué cantidades enviar a través de cada canal de distribución.

El objetivo es minimizar el costo total de envío.



El problema de la DISTRIBUTION UNLIMITED CO. Formulado como un flujo de costo mínimo. Los costos los hemos simplificado, por lo que al final se multiplicarán por 100.



En la gráfica se muestra el problema del flujo de costo mínimo. Esta red, en realidad, es la *red de distribución* del problema de Distribution Unlimited Co., que se presenta en la gráfica anterior a la actual. Las cantidades que se presentaron en la figura 3.13 proporcionan los valores de b_i , c_{ij} y u_{ij} que se muestran aquí. Los valores de b_i están entre corchetes cerca de los nodos; entonces, los nodos origen ($b_i = 0$) son A y B (las dos fábricas de la compañía), los nodos destino ($b_i = 0$) son D y E (los dos almacenes), y el único nodo de trasbordo ($b_i = 0$) es C (un centro de distribución). Los valores c_{ij} se muestran junto a los arcos. En este ejemplo, todos menos dos de los arcos tienen capacidades que exceden el flujo total generado (90), de manera que $u_{ij} = \infty$ para cualquier propósito práctico. Las dos excepciones son el arco $A \rightarrow B$, donde $u_{AB} = 10$ y el arco $C \rightarrow E$ que tiene $u_{CE} = 80$.

El modelo de programación lineal de este ejemplo es:

$$\text{Minimizar } Z = 2x_{AB} + 4x_{AC} + 9x_{AD} + 3x_{BC} + x_{CE} + 3x_{DE} + 2x_{ED}$$

sujeta a

$$\begin{aligned} x_{AB} + x_{AC} + x_{AD} &= 50 \\ -x_{AB} + x_{BC} &= 40 \\ -x_{AC} - x_{BC} + x_{CE} &= 0 \\ -x_{AD} + x_{DE} - x_{ED} &= -30 \\ -x_{CE} - x_{DE} + x_{ED} &= -60 \end{aligned}$$

y

$$x_{AB} \leq 10, \quad x_{CE} \leq 80, \quad \text{toda } x_{ij} \geq 0.$$

Ahora observe el patrón de coeficientes de cada variable en el conjunto de cinco restricciones de nodo (restricciones de igualdad). Cada variable tiene exactamente dos coeficientes distintos de cero, uno es +1 y el otro -1. Este patrón aparece en *todos* los problemas de flujo de costo mínimo y es esta estructura especial la que lleva a la propiedad de soluciones enteras.

Otra consecuencia de esta estructura especial es que una (cualquiera) de las restricciones de nodo es *redundante*. La razón es que si se suman todas estas ecuaciones sólo se obtienen ceros en ambos lados —si se supone que existen soluciones factibles para que las *bi* sumen cero—, por lo que el negativo de cualquier ecuación es igual a la suma de las demás. Con $n-1$ restricciones de arco no redundantes, estas ecuaciones proporcionan exactamente $n-1$ variables básicas para una solución básica factible. Por tanto, el número *total* de variables básicas es $n-1$.

Usaremos POM-QM para la solución del problema y lo haremos con el módulo de programación entera y mixta.

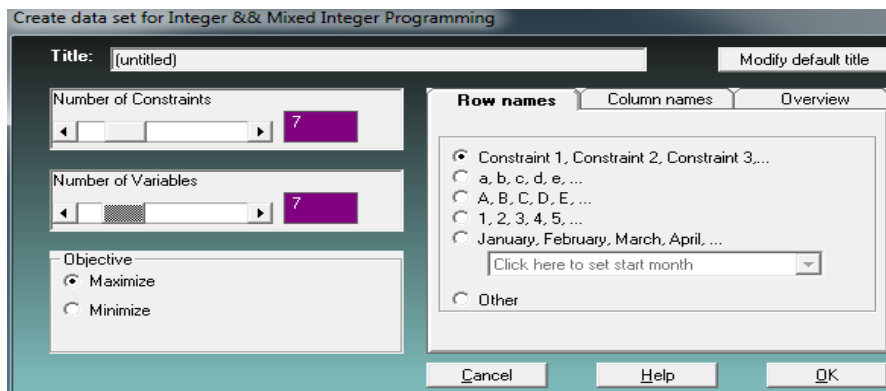
Paso 1: Ejecutamos el programa POM-QM

Paso 2: hacemos clic en el menú “**Module**”

Paso 3: Seleccionamos la opción “**Integer & Mixed Integer programming**” (activa módulo)

Paso 4: Hacemos clic en el menú “**File**” y después clic en “**New**”.

Paso 5: En la ventana siguiente consideramos 7 restricciones y 7 variables.



Objective <input type="checkbox"/> Maximize <input checked="" type="checkbox"/> Minimize		Maximum number of iterations 1000		Maximum level (depth) in procedure 50					
Use these option buttons to set the objective.									
(untitled)									
	XAB	XAC	XAD	XBC	XDE	XCE	XED	RHS	Equation form
Minimize	2	4	9	3	3	1	2		Min 2XAB + 4XAC + 9XAD + 3XBC + XCE + 3XDE + 2XED
Rest. A	1	1	1	0	0	0	0	= 50	XAB + XAC + XAD = 50
Rest. B	-1	0	0	1	0	0	0	= 40	- XAB + XBC = 40
Rest. C	0	-1	0	-1	0	1	0	= 0	- XAC - XBC + XCE = 0
Rest. D	0	0	1	0	-1	0	1	= 30	XAD - XDE + XED = 30
Rest. E	0	0	0	0	1	1	-1	= 60	XCE + XDE - XED = 60
R 6	1	0	0	0	0	0	0	<= 10	XAB <= 10
R 7	0	0	0	0	0	1	0	<= 80	XCE <= 80
Variable type	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Para resolver el problema anterior hacemos clic en Solve y obtenemos los resultados que mostramos.

1. Resultados del problema de programación entero y mixto.

Integer & Mixed Integer Programming Results		
Variable	Type	Value
XAB	Integer	0
XAC	Integer	40
XAD	Integer	10
XBC	Integer	40
XCE	Integer	80
XDE	Integer	0
XED	Integer	20
Solution value		490

2. El problema original con Solución.

Original Problem w/answers									
(untitled) Solution									
	XAB	XAC	XAD	XBC	XCE	XDE	XED	RHS	Equation form
Minimize	2	4	9	3	1	3	2		Min 2XAB + 4XAC + 9XAD + 3XBC + XCE + 3XDE + 2XED
Rest. A	1	1	1	0	0	0	0	= 50	XAB + XAC + XAD = 50
Rest. B	-1	0	0	1	0	0	0	= 40	- XAB + XBC = 40
Rest. C	0	-1	0	-1	1	0	0	= 0	- XAC - XBC + XCE = 0
Rest. D	0	0	1	0	0	-1	1	= 30	XAD - XDE + XED = 30
Rest. E	0	0	0	0	1	1	-1	= 60	XCE + XDE - XED = 60
R 6	1	0	0	0	0	0	0	<= 10	XAB <= 10
R 7	0	0	0	0	1	0	0	<= 80	XCE <= 80
Variable type	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		
Solution->	0	40	10	40	80	0	20	Optimal Z->	490

Tema 6: Análisis de Decisiones:

La **teoría de las decisiones** es un enfoque analítico y sistemático para el estudio de la toma de decisiones. En este capítulo, presentamos los modelos matemáticos útiles para ayudar a los gerentes a tomar las mejores decisiones posibles.

¿Qué marca la diferencia entre las buenas y las malas decisiones? Una buena decisión es aquella que se basa en la lógica, considera todos los datos disponibles y las alternativas posibles, y aplica el enfoque cuantitativo que se vaya a describir. En ocasiones, una buena decisión tiene un resultado inesperado o desfavorable. No obstante, si se realiza de manera adecuada, *todavía* sería una buena decisión. Una mala decisión no está basada en la lógica, no utiliza toda la información disponible, no considera todas las alternativas ni emplea las técnicas cuantitativas adecuadas. Si alguien toma una mala decisión, pero es afortunado y ocurre un resultado favorable, *de igual forma*, tomó una mala decisión. Aunque algunas veces buenas decisiones lleven a malos resultados, a largo plazo, el uso de la teoría de las decisiones tendrá resultados exitosos.

Seis pasos en la toma de decisiones

1. Definir con claridad el problema que enfrenta.
2. Hacer una lista de las alternativas posibles.
3. Identificar los resultados posibles o los estados de naturaleza.
4. Numerar los pagos (típicamente las ganancias) de cada combinación de alternativas y resultados.
5. Elegir uno de los modelos matemáticos de la teoría de las decisiones.
6. Aplicar el modelo y tomar la decisión.

Problema 11 (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 3, Análisis de Decisiones/página 70/ Problema de Análisis de Decisiones)

Usaremos el caso de la compañía Thompson Lumber para ilustrar estos pasos de la teoría de las decisiones. John Thompson es el fundador y presidente de la compañía Thompson Lumber, una empresa rentable localizada en Portland, Oregon.

- **Paso 1.** El problema que identifica John Thompson es si expandir su línea de productos fabricando y comercializando un nuevo producto: casetas de almacenamiento para patios. El segundo paso de Thompson consiste en generar las alternativas que estén disponibles. En la teoría de las decisiones, una **alternativa** se define como un curso de acción o una estrategia que puede elegir el tomador de decisiones.
- **Paso 2.** John decide que sus alternativas son construir **1.** una nueva planta grande para fabricar las casetas, **2.** una planta pequeña, o bien, **3.** ninguna planta (es decir, tiene la opción de no desarrollar la nueva línea del producto). Uno de los errores más grande que cometen quienes toman decisiones es omitir alternativas importantes. Aunque una alternativa en particular parezca inadecuada o de escaso valor, quizá resulte ser la mejor opción. El siguiente paso incluye identificar los resultados posibles de las diferentes alternativas. Un error común es olvidarse de algunos de los resultados posibles. Los tomadores de decisiones optimistas suelen ignorar los malos resultados, en tanto que los pesimistas podrían soslayar los resultados favorables. Si usted no considera todas las posibilidades, no tomará una decisión lógica y los resultados podrían ser indeseables. Si no

piensa que puede ocurrir lo peor, tal vez diseñe otro automóvil Edsel y pierda millones. En la teoría de las decisiones, esos resultados sobre los que el tomador de decisiones tiene escaso o ningún control se llaman **estados de naturaleza**.

- Paso 3.** Thompson determina que hay solamente dos resultados posibles: el mercado para las casetas de almacenamiento podría ser favorable, lo cual significa que existe una demanda alta para el producto, o bien, ser desfavorable, es decir, que haya poca demanda para las casetas. Una vez identificadas las alternativas y los estados de naturaleza, el siguiente paso es expresar los pagos resultantes de cada combinación posible de alternativas y resultados. En la teoría de las decisiones, estos pagos reciben el nombre de **valores condicionales**. Desde luego, no todas las decisiones deben basarse tan solo en dinero, ya que es aceptable cualquier medio apropiado de medir los beneficios.
- Paso 4.** Como Thompson desea maximizar sus utilidades, puede usar la *ganancia* para evaluar cada consecuencia. John Thompson ya evaluó la ganancia potencial asociada con los diferentes resultados. Con un mercado favorable, piensa que la instalación grande daría una ganancia neta de \$200,000 a su empresa. Aquí, \$200,000 es un *valor condicional* porque el hecho de que Thompson reciba el dinero está condicionado, tanto a que construya una fábrica grande como a tener un buen mercado. Si el mercado es desfavorable, el valor condicional sería una pérdida neta de \$180,000. Una planta pequeña daría una ganancia neta de \$100,000 en un mercado favorable, aunque habría una pérdida neta de \$20,000 si el mercado fuera desfavorable. Por último, no hacer nada daría como resultado \$0 de ganancia en cualquier mercado. La forma más sencilla de presentar estos valores es construyendo una **tabla de decisiones**, algunas veces llamada **tabla de pagos**. La tabla de decisiones para los valores condicionales de Thompson se presenta en la tabla siguiente. Todas las alternativas se colocan en la columna izquierda de la tabla, y todos los resultados posibles o estados de naturaleza se colocan en la primera fila. El cuerpo de la tabla contiene los pagos reales.

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA	
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)
Construir una planta grande	200,000	-180,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000
No hacer nada	0	0

Nota: Es importante incluir todas las alternativas, como “no hacer nada”.

- Pasos 5 y 6.** Los dos últimos pasos son seleccionar un modelo de la teoría de las decisiones y aplicarlo a los datos para ayudar a tomar la decisión. Seleccionar el modelo depende del entorno donde está operando y de la cantidad de riesgo e incertidumbre que implica.

Los tipos de decisiones que toma la gente dependen de cuánto conocimiento o información tengan acerca de la situación. Hay tres entornos para la toma de decisiones:

- Toma de decisiones con certidumbre
- Toma de decisiones con incertidumbre
- Toma de decisiones con riesgo

TIPO 1: TOMA DE DECISIONES CON CERTIDUMBRE En el entorno de toma de decisiones con certidumbre, quienes toman las decisiones conocen con certeza la consecuencia de cada alternativa u opción de decisión. Naturalmente, elegirán la alternativa que maximice su bienestar o que dé el mejor resultado. Por ejemplo, digamos que usted tiene \$1,000 para invertir durante 1 año. Una alternativa es abrir una cuenta de ahorros que paga 6% de interés y otra es invertir en un bono del Tesoro que paga 10% de interés. Si ambas inversiones son seguras y están garantizadas, existe la certidumbre de que el bono del Tesoro pagará un rendimiento mayor. El rendimiento después de un año será de \$100 en intereses.

TIPO 2: TOMA DE DECISIONES CON INCERTIDUMBRE En la toma de decisiones con incertidumbre, existen varios resultados posibles para cada alternativa y el tomador de decisiones no conoce las probabilidades de los diferentes resultados. Como ejemplo, no se conoce la probabilidad de que un demócrata sea presidente de Estados Unidos dentro de 25 años. Algunas veces es imposible evaluar la probabilidad de éxito de un nuevo proyecto o producto.

TIPO 3: TOMA DE DECISIONES CON RIESGO En la toma de decisiones con riesgo, hay varios resultados posibles para cada alternativa y el tomador de decisiones conoce la probabilidad de ocurrencia de cada resultado. Sabemos, por ejemplo, que cuando se juega cartas con un mazo estándar, la probabilidad de que nos llegue un trébol es de 0.25. La probabilidad de obtener 5 al lanzar un dado es de 1/6. En la toma de decisiones con riesgo, quien toma las decisiones suele intentar maximizar su bienestar esperado. Los modelos de la teoría de las decisiones para problemas de negocios en este entorno casi siempre usan dos criterios equivalentes: maximizar el valor monetario esperado y minimizar la pérdida esperada.

Veamos ahora cómo la toma de decisiones con certidumbre (entorno tipo 1) afectaría a John Thompson. Suponemos que John sabe exactamente qué pasará en el futuro. Si resulta que sabe con seguridad que el mercado para las casetas de almacenamiento será favorable, ¿qué debería hacer? Observe de nuevo los valores condicionales de Thompson Lumber en la tabla 3.1. Como el mercado es favorable, debería construir una planta grande, la cual tiene la ganancia más alta: \$200,000.

Pocos gerentes son tan afortunados como para tener información completa y conocimiento acerca de los estados de naturaleza que se consideran. La toma de decisiones con incertidumbre, que se estudia a continuación, es una situación más complicada. Podemos encontrar que dos personas diferentes con perspectivas distintas pueden elegir de manera adecuada dos alternativas diferentes.

Cuando existen varios estados de naturaleza y un gerente no puede evaluar la probabilidad del resultado con confianza, o cuando prácticamente no se dispone de datos de probabilidad, el entorno se llama toma de decisiones con incertidumbre. Hay varios criterios para tomar decisiones en estas condiciones. Las que se cubren en esta sección son las siguientes:

1. Optimista (maximax)
2. Pesimista (maximin)
3. Criterio de realismo (Hurwicz)
4. Probabilidades iguales (Laplace)
5. Arrepentimiento minimax (Savage)

Los primeros cuatro criterios se calculan directamente de la tabla de decisiones (de pagos), en tanto que el criterio arrepentimiento minimax requiere el uso de la tabla de la pérdida esperada. La presentación de los criterios para la toma de decisiones con incertidumbre (y también para la

toma de decisiones con riesgo) se basa en la suposición de que el pago es algo donde son mejores los mayores valores y son deseables los valores altos. Para pagos como ganancias, ventas totales, rendimiento total sobre la inversión e interés ganado, la mejor decisión sería una cuyo resultado fuera algún tipo de pago máximo. Sin embargo, existen situaciones donde menores pagos (como costos) son mejores y estos pagos se minimizarían en vez de maximizarse. El enunciado del criterio de decisión se modificaría un poco para tales problemas de minimización. Se verá cada uno de los cinco modelos y se aplicará al ejemplo de Thompson Lumber.

Optimista

A utilizar el criterio **optimista**, se considera el mejor pago (máximo) para cada alternativa, y se elige la alternativa con el mejor (máximo) de ellos. El criterio optimista recibe el nombre de **maximax**. En la tabla siguiente vemos que la opción optimista de Thompson es la primera alternativa, “construir una planta grande”. Al usar este criterio, puede lograrse el pago más alto de todos (\$200,000 en este ejemplo), mientras que si se elige cualquier otra alternativa sería imposible lograr este pago tan alto.

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		MÁXIMO DE LA FILA (\$)
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	200,000	-180,000	200,000 ← Maximax
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000	100,000
No hacer nada	0	0	0

Pesimista

Al utilizar el criterio pesimista, se considera el peor pago (mínimo) de cada alternativa y se elige la que tiene el mejor (máximo) de ellas. Por consiguiente, el criterio pesimista en ocasiones se llama criterio maximin. Este criterio garantiza que el pago será al menos el valor maximin (el mejor de los peores valores). Elegir otra alternativa quizá permitiría que hubiera un peor pago (más bajo).

La elección maximin de Thompson, “no hacer nada”, se muestra en la tabla siguiente. Esta decisión se asocia con el máximo de los números mínimos en cada fila o alternativa. Al usar el criterio pesimista para problemas de minimización donde los menores pagos (como costos) son mejores, se busca el peor pago (máximo) para cada alternativa y se elige la que tiene el mejor (mínimo) de ellos.

Ambos criterios, maximax y maximin consideran tan solo un pago extremo para cada alternativa, mientras que se ignoran los otros pagos.

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		MÍNIMO DE LA FILA (\$)
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	200,000	-180,000	-180,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000	-20,000
No hacer nada	0	0	0

Maximin ←

Criterio de realismo (criterio de Hurwicz)

Con frecuencia llamado **promedio ponderado**, el **criterio de realismo (criterio de Hurwicz)** es un compromiso entre una decisión optimista y una pesimista. Para comenzar, se selecciona un **coeficiente de realismo**, α ; esto mide el nivel de optimismo del tomador de decisiones. El valor de este coeficiente

está entre 0 y 1. Cuando α es 1, quien toma las decisiones está 100% optimista acerca del futuro.

Cuando α es 0, quien toma las decisiones es 100% pesimista acerca del futuro. La ventaja de este enfoque es que permite al tomador de decisiones manejar sentimientos personales acerca del optimismo y pesimismo relativos. El promedio ponderado se calcula como:

$$\text{Promedio ponderado} = \alpha (\text{mejor fila}) + (1 - \alpha)(\text{peor fila})$$

Para problemas de maximización, el mejor pago para una alternativa es el valor más alto, y el peor pago es el valor más bajo. Observe que cuando $\alpha = 1$, este criterio es el mismo que el optimista y cuando $\alpha = 0$ este criterio es el mismo que el pesimista. Su valor se calcula para cada alternativa, y la alternativa con el mayor promedio ponderado es la elección.

Si suponemos que John Thompson establece su coeficiente de realismo, α , en 0.80, la mejor decisión sería construir una planta grande. Como se observa en la tabla anterior, esta alternativa tiene el mayor promedio ponderado: $\$124,000 = (0.80) (\$200,000) + (0.20)(-\$180,000)$.

Al usar el criterio de realismo para problemas de minimización, el mejor pago para una alternativa será la más baja en la fila y la peor sería la más alta en la fila. Se elige la alternativa con el menor promedio ponderado.

Debido a que tan solo hay dos estados de naturaleza en el ejemplo de Thompson Lumber, únicamente están presentes dos pagos para cada alternativa y ambos se consideran. Sin embargo, si hay más de dos estados de naturaleza, este criterio ignora todos los pagos, excepto el mejor y el peor.

Probabilidades iguales (Laplace)

Un criterio que usa todos los pagos para cada alternativa es el criterio de decisión de **probabilidades iguales**, también llamado **de Laplace**. Ahora debe encontrarse el pago promedio para cada alternativa y se elegirá la alternativa con el mejor promedio o el más alto. El enfoque de probabilidades iguales supone que todas las probabilidades de ocurrencia para los estados de naturaleza son las mismas y con ello cada **estado de naturaleza** tiene probabilidades iguales.

La opción de probabilidades iguales para Thompon Lumber es la segunda alternativa, “construir una planta pequeña”, cuya estrategia, mostrada en la tabla siguiente, es la que tiene el máximo pago promedio.

Al utilizar el criterio de probabilidades iguales para problemas de minimización, los cálculos son exactamente los mismos, pero la mejor alternativa es la que tiene el menor pago promedio.

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		PROMEDIO DE LA FILA (\$)
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	200,000	-180,000	10,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000	40,000
No hacer nada	0	0	0

← Probabilidades iguales

Arrepentimiento minimax(Savage)

El siguiente criterio de decisión que se estudiará se basa en la **pérdida de oportunidad** o el **arrepentimiento**. La pérdida de la oportunidad se refiere a la diferencia entre la ganancia o el pago óptimo por un estado de naturaleza dado y el pago real recibido por una decisión específica. En otras palabras, es la pérdida por no elegir la mejor alternativa en un estado de naturaleza dado. El primer paso es crear la tabla de la pérdida de oportunidad determinando las pérdidas por no elegir la mejor alternativa para cada estado de naturaleza. La pérdida de oportunidad para cualquier estado de naturaleza, o cualquier columna, se calcula restando cada pago en la columna del *mejor* pago en la misma columna. Para un mercado favorable, el mejor pago es de \$200,000, como resultado de la primera alternativa, “construir una planta grande”. Si se elige la segunda alternativa, se obtiene una ganancia de \$100,000 en un mercado favorable y esto se compara con el mejor pago de \$200,000. Así, la pérdida de oportunidad es $200,000 - 100,000 = 100,000$. De manera similar, si se elige “**no hacer nada**” la pérdida de oportunidad es $200,000 - 0 = 200,000$. Para un mercado desfavorable, el mejor pago es \$0 como resultado de la tercera alternativa, “no hacer nada”, de manera que 0 es la pérdida de oportunidad. Las pérdidas de oportunidades para las otras alternativas se encuentran restando los pagos de este mejor pago (\$0) en este estado de naturaleza, como se indica en la tabla “A”. La tabla de la pérdida de oportunidad para Thompson se muestra en la tabla “B”.

Si usamos la tabla de la pérdida de oportunidad (arrepentimiento), el criterio de **arrepentimiento minimax** encuentra la alternativa que *minimiza* la pérdida de oportunidad *máxima* dentro de cada alternativa. Primero se encuentra la máxima (peor) pérdida de oportunidad para cada alternativa. Luego, entre estos valores máximos, se elige la alternativa con el número mínimo (mejor). Al hacerlo, se garantiza que la pérdida de oportunidad que ocurre en realidad no sea mayor que este valor minimax. En la tabla “C” se observa que la elección de arrepentimiento minimax es la segunda alternativa, “**construir una planta pequeña**” y así se minimiza la pérdida de oportunidad máxima.

Al calcular la pérdida de oportunidad para problemas de minimización como los que incluyen costos, el mejor pago o el mejor costo (más bajo) en una columna se resta de cada pago en esa columna. Una vez elaborada la tabla de la pérdida de oportunidad, se aplica el criterio de

arrepentimiento minimax de la misma manera descrita. Se encuentra la pérdida de oportunidad máxima para cada alternativa y se selecciona aquella que tiene el mínimo de estos máximos. Al igual que en los problemas de maximización, el costo de oportunidad nunca puede ser negativo.

TABLA "A"

ESTADO DE NATURALEZA	
MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)
200,000 – 200,000	0 – (-180,000)
200,000 – 100,000	0 – (-20,000)
200,000 – 0	0 – 0

TABLA "B"

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA	
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)
Construir una planta grande	0	180,000
Construir una planta pequeña	100,000	20,000
No hacer nada	200,000	0

TABLA "C"

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		MÁXIMO DE LA FILA (\$)
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	0	180,000	180,000
Construir una planta pequeña	100,000	20,000	100,000 ← Minimax
No hacer nada	200,000	0	200,000

Toma de decisiones con riesgo

La toma de decisiones con riesgo es una situación de decisión donde pueden ocurrir varios estados de naturaleza posibles y se conocen las probabilidades de que sucedan. Ahora consideramos uno de los métodos más populares para la toma de decisiones con riesgo: seleccionar la alternativa con el mayor **valor monetario esperado** (o simplemente valor esperado). También se utilizan las probabilidades con la tabla de la pérdida de oportunidad para minimizar la pérdida de oportunidad esperada.

Valor monetario esperado

Dada una tabla de decisiones con valores condicionales (pagos) que son valores monetarios y las probabilidades evaluadas para todos los estados de naturaleza, es posible determinar el **valor monetario esperado** (VME) para cada alternativa. El *valor esperado* o *valor medio* es el valor promedio a largo plazo de esa decisión. El VME para una alternativa es tan solo la suma de los pagos posibles de la alternativa, cada uno ponderado por la probabilidad de que ese pago ocurra. Esto también se expresa simplemente como el valor esperado de X o $E(X)$.

$$VME(\text{alternativo}) = \sum X_i P(X_i)$$

donde:

X_i = pago para el estado de naturaleza i

$P(X_i)$ = probabilidad de lograr el pago X_i (es decir, probabilidad del estado de naturaleza i)

Σ = símbolo de sumatoria

Si esta suma se expande, se convierte en

VME (alternativo)

$$= (\text{pago en el primer estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del primer estado de naturaleza}) \\ + (\text{pago en el segundo estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del segundo estado de naturaleza}) \\ + \dots + (\text{pago en el último estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del último estado de naturaleza})$$

Se elige entonces la alternativa con el máximo VME.

Suponga que John Thompson piensa ahora que la probabilidad de un mercado favorable es exactamente la misma que la probabilidad de un mercado desfavorable: es decir, cada estado de naturaleza tiene una probabilidad de 0.50. ¿Qué alternativa daría el mayor valor monetario esperado? Para determinarla, John expande la tabla de decisiones, como se indica en la tabla D.

TABLA "D"

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		VME (\$)
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	200,000	-180,000	10,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000	40,000
No hacer nada	0	0	0
Probabilidades	0.50	0.50	

Sus cálculos son los siguientes:

$$\text{VME (planta grande)} = (\$200,000)(0.50) + (-\$180,000)(0.50) = \$10,000$$

$$\text{VME (planta pequeña)} = (\$100,000)(0.50) + (-\$20,000)(0.50) = \$40,000$$

$$\text{VME (no hacer nada)} = (\$0)(0.50) + (\$0)(0.50) = \$0$$

El valor esperado más grande (\$40,000) es el resultado de la segunda alternativa, "construir una planta pequeña". Así, Thompson debería proceder con el proyecto y hacer una planta pequeña para fabricar las casetas de almacenamiento. Los VME para la planta grande y no hacer nada son de \$10,000 y \$0, respectivamente.

Cuando se emplea el criterio del valor monetario esperado en problemas de minimización, los cálculos son los mismos, pero se selecciona la alternativa con el menor VME.

Valor esperado de la información perfecta

Scientific Marketing, Inc., una empresa que propone ayudar a John a tomar decisiones sobre si construir una planta para fabricar las casetas de almacenamiento, se acercó a John Thompson. Scientific Marketing asegura que su análisis técnico indicará a John con certidumbre si el mercado es favorable para su producto propuesto. En otras palabras, cambiará su entorno de una toma de decisiones con riesgo en uno de toma de decisiones con certidumbre. Esta información ayudaría a evitar que John cometa un error muy costoso. Scientific Marketing cobrará a Thompson \$65,000 por la información. ¿Qué recomendaría usted a John? ¿Debería contratar a la empresa para hacer el estudio de mercado? Incluso si la información del estudio fuera perfectamente exacta, ¿valdría \$65,000? ¿Cuánto valdría? Aunque es difícil contestar algunas de estas preguntas, determinar el valor de tal información perfecta sería muy útil. Obtener una cota superior sobre lo que debería estar dispuesto a gastar en información como la que vende Scientific Marketing. Aquí se investigan dos términos relacionados: el valor esperado de la información perfecta (VEIP) y el valor esperado con información perfecta (VECIP). Las técnicas ayudarían a John a tomar su decisión acerca de contratar a la empresa de investigación de mercados.

El valor esperado con información perfecta es el rendimiento promedio o esperado, a largo plazo, si tenemos información perfecta antes de tomar una decisión. Para calcular este valor, elegimos la mejor alternativa para cada estado de naturaleza y multiplicamos su pago por la probabilidad de ocurrencia de ese estado de naturaleza.

$$\text{VECIP} = \sum(\text{mejor pago en el estado de naturaleza } i) (\text{probabilidad del estado de naturaleza } i)$$

Si expandimos esto, se convierte en

$$\begin{aligned} \text{VECIP} = & (\text{mejor pago en el primer estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del primer estado de naturaleza}) \\ & + (\text{mejor pago en el segundo estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del segundo estado de naturaleza}) \\ & + \dots + (\text{mejor pago en el último estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del último estado de naturaleza}) \end{aligned}$$

El valor esperado *de* la información perfecta, VEIP, es el valor esperado *con* información perfecta, menos el valor esperado *sin* información perfecta (es decir, el VME mejor o máximo). Entonces, el VEIP es la mejora en el VME que resulta al tener información perfecta.

$$\text{VEIP} = \text{VECIP} - \text{el mejor VME}$$

Remitiéndonos a la tabla D, Thompson puede calcular el máximo que pagaría por información, es decir, el valor esperado de la información perfecta o VEIP. El proceso consta de tres etapas. Primero, se encuentra la mejor retribución en cada estado de naturaleza. Si la información perfecta indica que el mercado será favorable, construirá la planta grande y la ganancia será de \$200,000. Si la información perfecta indica que el mercado será desfavorable, se elige la alternativa “no hacer nada”, y la ganancia será de \$0. Estos valores se muestran en la fila “con información perfecta” de la tabla E. Segundo, se calcula el valor esperado *con* información perfecta. Luego, usando este resultado, se calcula el VEIP.

TABLA "E"

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		VME (\$)
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	200,000	-180,000	10,000
Construir una planta pequeña	100,000	-20,000	40,000
No hacer nada	0	0	0
Con información perfecta	200,000	0	100,000 VECIP
Probabilidades	0.50	0.50	

El valor esperado con información perfecta es:

$$\text{VECIP} = (\$200,000)(0.5) + (\$100,000)(0) = \$100,000$$

Por ello, si tuviéramos información perfecta, el pago promediaría \$100,000. El VME máximo sin información adicional es de \$40,000 (de la tabla D). Por lo tanto, el incremento en el VME es:

$$\begin{aligned} \text{VEIP} &= \text{VECIP} - \text{VME máximo} \\ &= \$100,000 - \$40,000 \\ &= \$60,000 \end{aligned}$$

Así, lo más que Thompson estaría dispuesto a pagar por información perfecta son \$60,000. Desde luego, esto se basa de nuevo en la suposición de que la probabilidad de cada estado de naturaleza es de 0.50.

Este VEIP también nos indica que lo más que pagaríamos por cualquier información (perfecta o imperfecta) son \$60,000.

Pérdida de oportunidad esperada

Un enfoque alternativo para maximizar el VME es minimizar la *pérdida de oportunidad esperada* (POE). Primero se construye una tabla de pérdida de oportunidad. Luego, se calcula la POE para cada alternativa, multiplicando la pérdida de oportunidad por la probabilidad y sumando los resultados. En la tabla B, se presenta la pérdida de oportunidad para el ejemplo de Thompson Lumber. Si usamos estas pérdidas de oportunidad, calculamos el POE de cada alternativa multiplicando por la probabilidad de cada estado de naturaleza por el valor adecuado de la pérdida de oportunidad, y sumamos los resultados:

$$\begin{aligned} \text{POE}(\text{construir una planta grande}) &= (0.5)(\$0) + (0.5)(\$180,000) \\ &= \$90,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{POE}(\text{construir una planta pequeña}) &= (0.5)(\$100,000) + (0.5)(\$20,000) \\ &= \$60,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{POE}(\text{no hacer nada}) &= (0.5)(\$200,000) + (0.5)(\$0) \\ &= \$100,000 \end{aligned}$$

La tabla F, da estos resultados. Usando la POE mínima como criterio de decisión, la segunda alternativa “construir una planta pequeña” sería la mejor decisión.

Es importante observar que la mínima POE siempre dará como resultado la misma decisión que el VME máximo y que el VEIP siempre será igual que la mínima POE. Si nos referimos al caso Thompson, usamos la tabla de pagos para calcular el VEIP en \$60,000. Observe que este es la POE mínima que acabamos de calcular.

TABLA F

ALTERNATIVA	ESTADO DE NATURALEZA		POE
	MERCADO FAVORABLE (\$)	MERCADO DESFAVORABLE (\$)	
Construir una planta grande	0	180,000	90,000
Construir una planta pequeña	100,000	20,000	60,000
No hacer nada	200,000	0	100,000
Probabilidades	0.50	0.50	

Análisis de sensibilidad

Anteriormente determinamos que la mejor decisión (con probabilidades conocidas) para Thompson Lumber era construir la planta pequeña, con un valor esperado de \$40,000. Esta conclusión depende de los valores de las consecuencias económicas y de dos valores de probabilidad para un mercado favorable y desfavorable. El *análisis de sensibilidad* investiga de qué modo cambiaría nuestra decisión dado un cambio en los datos del problema. Ahora, investigamos la influencia que tendría un cambio en los valores de probabilidad sobre la decisión que enfrenta Thompson Lumber. Primero, definimos la siguiente variable:

P = probabilidad de un mercado favorable

Como únicamente hay dos estados de naturaleza, la probabilidad de un mercado desfavorable debe ser $1 - P$.

Podemos ahora expresar los VME en términos de P , como se indica en las siguientes ecuaciones.

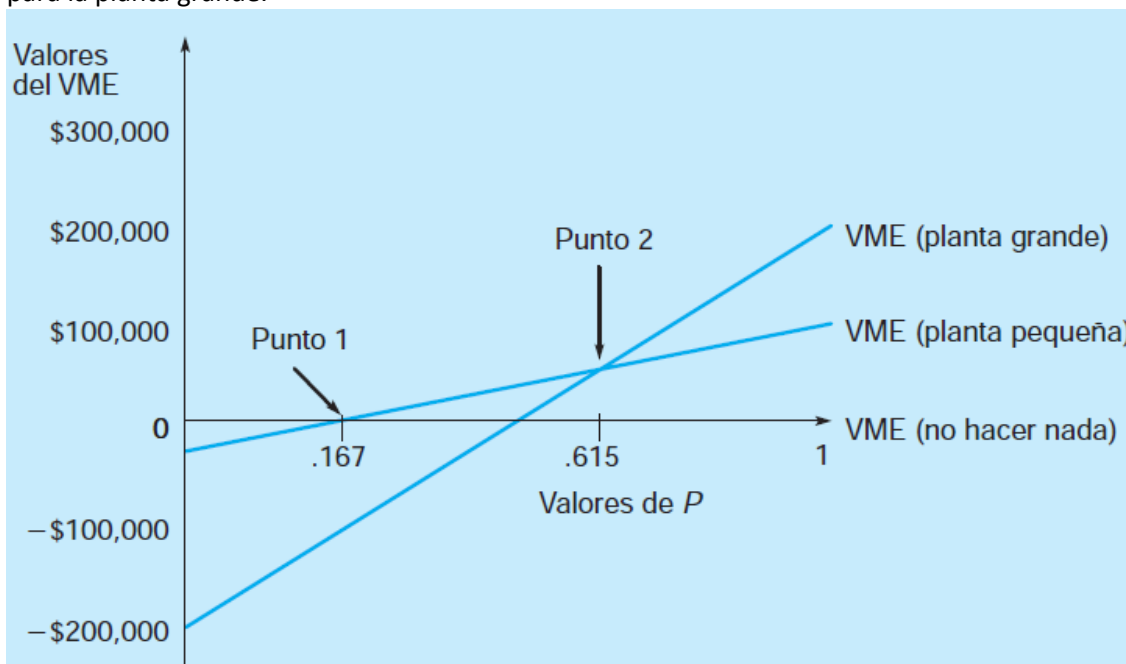
$$\begin{aligned} \text{VME (planta grande)} &= \$200,000P - \$180,000(1 - P) \\ &= \$200,000P - \$180,000 + 180,000P \\ &= \$380,000P - \$180,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VME (planta pequeña)} &= \$100,000P - \$20,000(1 - P) \\ &= \$100,000P - \$20,000 + 20,000P \\ &= \$120,000P - \$20,000 \end{aligned}$$

$$\text{VME (no hacer nada)} = \$0P + \$0(1 - P) = \$0$$

Como se observa en la gráfica siguiente, la mejor decisión es no hacer nada mientras P esté entre 0 y la probabilidad asociada con el punto 1, donde el VME por no hacer nada es igual al VME de la planta pequeña. Cuando P está entre las probabilidades de los puntos 1 y 2, la mejor decisión es

construir la planta pequeña. El punto 2 es donde el VME para la planta pequeña es igual al VME para la planta grande.



Cuando P es mayor que la probabilidad para el punto 2, la mejor decisión es construir la planta grande. Desde luego, esto es lo que se esperaría cuando P aumente. El valor de P en los puntos 1 y 2 se calcula como sigue:

$$\text{Punto 1: VME (no hacer nada)} = \text{VME (planta pequeña)}$$

$$0 = \$120,000P - \$20,000 \quad P = \frac{20,000}{120,000} = 0.167$$

$$\text{Punto 2: VME (planta pequeña)} = \text{VME (planta grande)}$$

$$\$120,000P - \$20,000 = \$380,000P - \$180,000$$

$$260,000P = 160,000 \quad P = \frac{160,000}{260,000} = 0.615$$

Los resultados de este análisis de sensibilidad se presentan en la siguiente tabla:

MEJOR ALTERNATIVA	RANGO DE VALORES DE P
No hacer nada	Menor que 0.167
Construir una planta pequeña	0.167 a 0.615
Construir una planta grande	Mayor que 0.615

Usando POM-QM para el problema de Thompson Lumber.

Hacemos clic en **Module** y luego clic en **“Decision Analysis”** para activar el módulo de análisis de decisión. Ahora que el módulo de análisis de decisión está activo, hacemos clic en **File** y **New** donde elegimos la opción **“Decision Tables”**.

Ingresamos los datos en la tabla de pagos que se muestra:

Objective

Profits (maximize)

Costs (minimize)

This cell can not be changed.

	Mercado favorable	Mercado desfavorable
Probabilities	.5	.5
Construir una planta grande	200000	-180000
Construir una planta pequeña	100000	-20000
No hacer nada	0	0

Para resolverlo damos clic en **Solve**. Se mostrará la siguiente ventana.

Edit Data F9

1 Decision Table Results	1. Resultados de Tabla de decisión
2 Expected Value Multiplications	2. Valor esperado.
3 Perfect Information	3. Información Perfecta
4 Regret or Opportunity Loss	4. Arrepentimiento pérdida de Oportunidad

1. Resultados de la tabla de decisión

Decision Table Results

Problema de Thompson Lumber Solution

	Mercado favorable	Mercado desfavorable	EMV	Row Min	Row Max
Probabilities	.5	.5			
Construir una planta grande	200000	-180000	10000	-180000	200000
Construir una planta pequeña	100000	-20000	40000	-20000	100000
No hacer nada	0	0	0	0	0
		maximum	40000	0	200000
			Best EV	maximin	maximax

The maximum expected monetary value is 40000 given by Construir una planta pequeña
 The maximin is 0 given by No hacer nada
 The maximax is 200000 given by Construir una planta grande

2. Valor esperado.

Expected Value Multiplications

Problema de Thompson Lumber Solution

	Mercado favorable	Mercado desfavorable	Row sum (Exp Val)
Probabilities	.5	.5	
Construir una planta grande	100000	-90000	10000
Construir una planta pequeña	50000	-10000	40000
No hacer nada	0	0	0

3. Información Perfecta

Perfect Information

Problema de Thompson Lumber Solution

	Mercado favorable	Mercado desfavorable	Maximum
Probabilities	.5	.5	
Construir una planta grande	200000	-180000	
Construir una planta pequeña	100000	-20000	
No hacer nada	0	0	
Perfect Information	200000	0	
Perfect*probability	100000	0	100000
Best Expected Value			40000
Exp Value of Perfect Info			60000

4. Arrepentimiento pérdida de Oportunidad

Regret or Opportunity Loss

Problema de Thompson Lumber Solution

	Mercado favorable	Mercado desfavorable	Maximum Regret	Expected Regret
Probabilities	.5	.5		
Construir una planta	0	180000	180000	90000
Construir una planta	100000	20000	100000	60000
No hacer nada	200000	0	200000	100000
Minimax regret			100000	

Árboles de decisiones

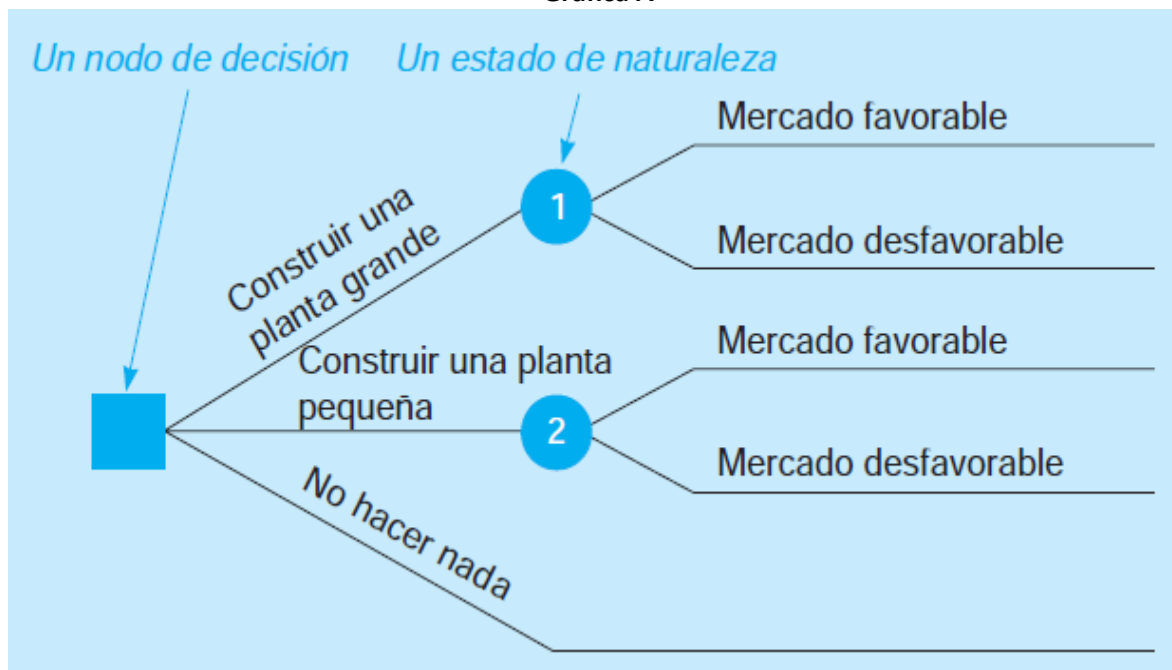
Cualquier problema que se pueda presentar en una tabla de decisiones también se puede ilustrar con una gráfica denominada **árbol de decisiones**. Todos los árboles de decisiones son similares en cuanto a que contienen *puntos de decisión* o **nodos de decisión** y *puntos de estados de naturaleza* o **nodos de estado de naturaleza**:

- Un nodo de decisión es aquel donde se puede elegir una entre varias alternativas
- Un nodo de estado de naturaleza indica de los estados de naturaleza que pueden ocurrir

Al dibujar un árbol, comenzamos por la izquierda y nos movemos hacia la derecha. Así, el árbol presenta decisiones y resultados en orden secuencial. Las líneas o ramas que salen de los cuadros (nodos de decisión) representan alternativas; en tanto que las ramas que salen de los círculos representan estados de naturaleza. La gráfica "A", da el árbol de decisiones básico para el ejemplo de Thompson Lumber. Primero, John decide entre construir una planta grande, una pequeña o ninguna. Después, una vez que toma esta decisión, ocurren los posibles estados de naturaleza o

resultados (mercado favorable o desfavorable). El siguiente paso es colocar los pagos y las probabilidades en el árbol y comenzar el análisis.

Gráfica A



El análisis de problemas con árboles de decisiones incluye cinco pasos:

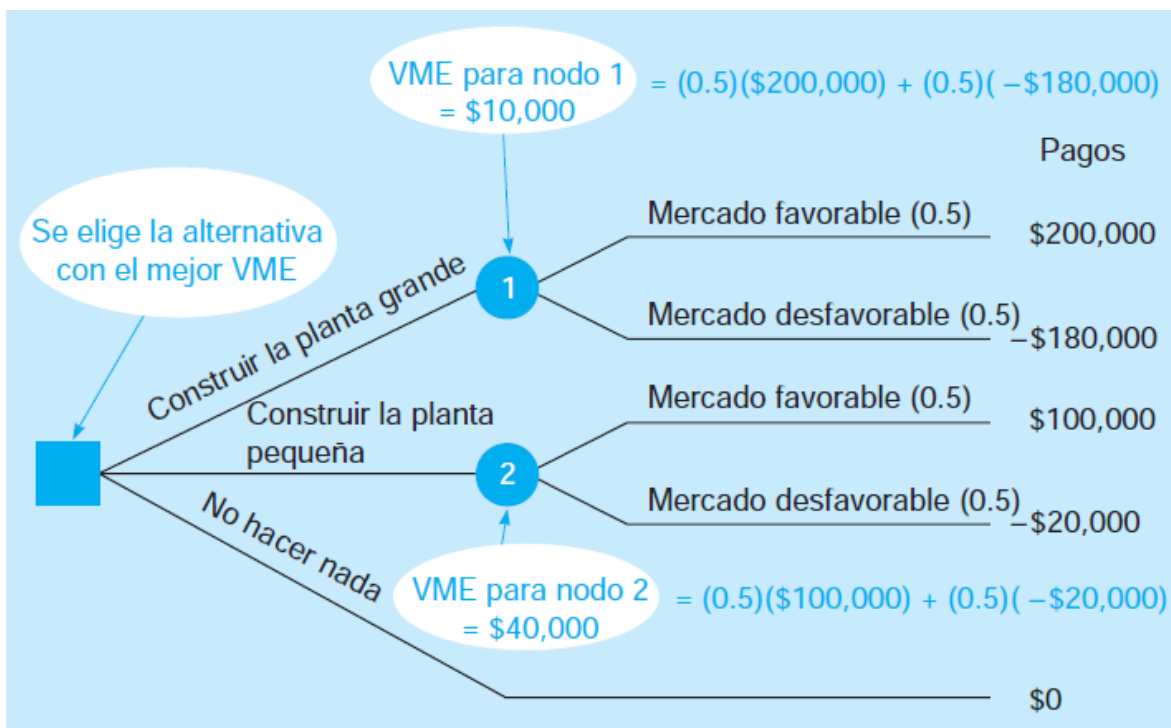
Cinco pasos para el análisis del árbol de decisiones

1. Definir el problema.
2. Estructurar o dibujar un árbol de decisiones.
3. Asignar probabilidades a cada estado de naturaleza.
4. Estimar los pagos para cada combinación posible de alternativas y estados de naturaleza.
5. Resolver el problema comparando los valores monetarios esperados (VME) para cada nodo de estado de naturaleza. Esto se hace trabajando hacia atrás, es decir, comenzando en la derecha del árbol y trabajando hacia atrás a los nodos de decisión a la izquierda. Además, en cada nodo de decisión, se selecciona la alternativa con el mejor VME.

El árbol de decisiones final con los pagos y las probabilidades para la situación de decisión de John Thompson se muestra en la gráfica "B". Observe que los pagos se colocan a la derecha de cada rama del árbol. Las probabilidades se muestran entre paréntesis al lado de cada estado de naturaleza.

Comenzando con los pagos a la derecha de la gráfica, se calculan los VME para cada estado de naturaleza y, luego, se colocan al lado de sus respectivos nodos. El VME del primer nodo es de \$10,000. Esto representa la rama desde el nodo de decisión de construir una planta grande. El VME para el nodo 2, construir una planta pequeña, es de \$40,000. No construir o no hacer nada, desde luego, tiene un pago de \$0. Debería elegirse la rama que sale el nodo de decisión que lleva al nodo del estado de naturaleza con el mayor VME. En el caso Thompson, tendría que construirse una planta pequeña.

Gráfica B



Usando POM-QM para el problema de Thompson Lumber.

Hacemos clic en **Module** y luego clic en **“Decision Analysis”** para activar el módulo de análisis de decisión. Ahora que el módulo de análisis de decisión está activo, hacemos clic en **File** y **New** donde elegimos la opción **“Decision Trees”**.

Ingresamos los datos en la tabla que se muestra:

Objective

Profits (maximize)

Costs (minimize)

Enter the ending node number for construir planta grande. Node numbers are integers between 1 and 90

Branch	Start Node	End Node	Branch Probability	Profit
Start	xxxxxxx	1	xxxxxxx	xxxxxxx
Construir planta grande	1	2	0	0
Construir planta pequeña	1	3	0	0
No hacer nada	1	4	0	0
Mercado favorable	2	5	.5	200,000
Mercado desfavorable	2	6	.5	-180,000
Mercado favorable	3	7	.5	100,000
Mercado desfavorable	3	8	.5	-20,000

Para ver la solución hacemos clic en Solve:

1. Resultados del Árbol de decisión:

Decision Tree Results								
Arbol de Solution								
	Start Node	End Node	Branch Probability	Profit	Branch Use	End node	Node Type	Node Value
Start	0	1	0	0		1	Decision	40,000
Construir planta grande	1	2	0	0		2	Chance	10,000
Construir planta pequeña	1	3	0	0	Always	3	Chance	40,000
No hacer nada	1	4	0	0		4	Final	0
Mercado favorable	2	5	.5	200,000		5	Final	200,000
Mercado desfavorable	2	6	.5	-180,000		6	Final	-180,000
Mercado favorable	3	7	.5	100,000		7	Final	100,000
Mercado desfavorable	3	8	.5	-20,000		8	Final	-20,000

For the branch used columns the meanings are as follows:
Always - these are branches that should always be included
Possibly - these are branches that should be included if you get there and you MIGHT get there.
Backwards - these are branches that should be used if you get there BUT you should NOT get there.
 (They are used for the backwards pass from right to left).

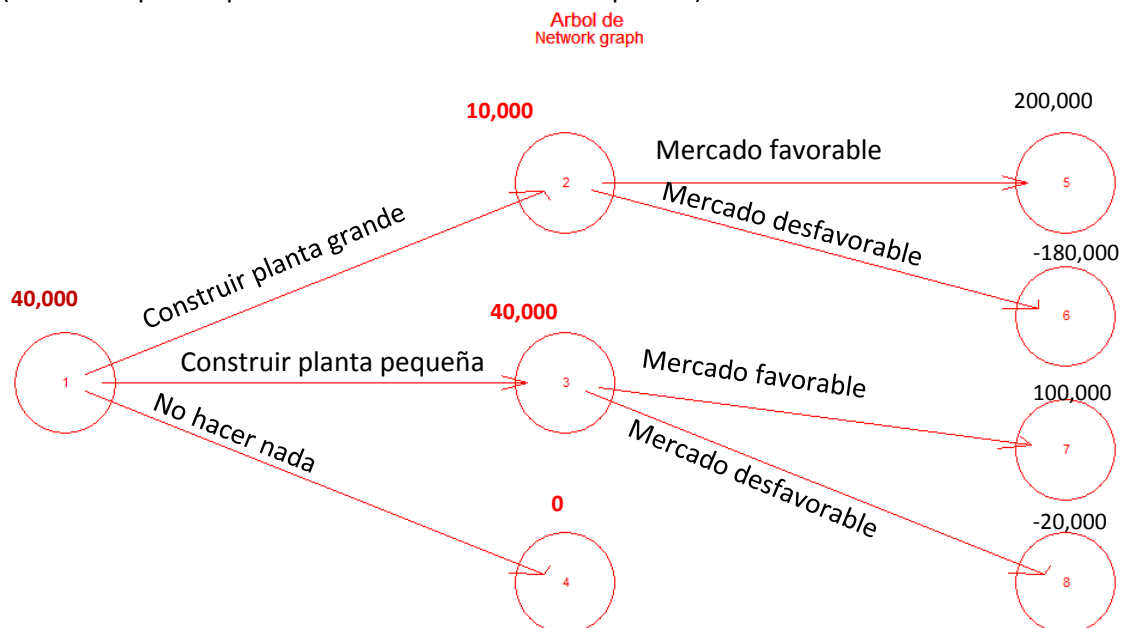
Para las columnas de ramificación utilizadas, los significados son los siguientes:

Siempre - estas son las ramas que siempre deben ser incluidas

Posiblemente - estos son las ramas que se deben incluir si va allí y se podría llegar allí.

Al revés - se trata de ramas que se deben utilizar si llegas pero no debe llegar.

(Se utilizan para el pase hacia atrás de derecha a izquierda).



Tema 7: Teoría de Juegos.

Esta teoría tiene que ver con situaciones de decisión en la que dos oponentes inteligentes con objetivos conflictivos (en caso de suma cero) compiten intensamente para superar al otro. Ejemplos típicos incluyen el lanzamiento de campañas publicitarias de productos que compiten y estrategias de planeación de batallas en la guerra.

En un conflicto, cada uno de los dos jugadores (oponentes) tiene una cantidad (finita o infinita) de alternativas o estrategias. Asociada con cada par de estrategias está la retribución que un jugador recibe del otro. Tal situación se conoce como juego de suma cero entre dos personas porque la ganancia de un jugador es igual a la pérdida del otro. Esto significa que podemos representar el juego en función de la retribución que recibe un jugador. Designando los dos jugadores A y B con m y n estrategias, respectivamente, el juego se presenta usualmente en función de la matriz de retribuciones que recibe el jugador A como La representación indica que si A utiliza la estrategia i y B utiliza la estrategia j, la retribución para A es a_{ij} , y la retribución para B es $-a_{ij}$.

	B_1	B_2	\dots	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	\dots	a_{1m}
A_2	a_{21}	a_{22}	\dots	a_{2m}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_m	a_{m1}	a_{m1}	\dots	a_{mn}

Problema 12 (Libro Investigación de Operaciones/Taha/capítulo 15, Análisis de Decisiones y juegos/ página 542/ problema de Juegos).

Dos compañías, A y B, venden dos marcas de un medicamento para la gripe. La compañía A se anuncia en radio (A1), televisión (A2) y periódicos (A3). La compañía B, además de utilizar la radio (B1), la televisión (B2) y los periódicos (B3), también envía folletos por correo (B4).

Dependiendo de la efectividad de cada campaña publicitaria, una compañía puede capturar una parte del mercado de la otra. La siguiente matriz resume el porcentaje del mercado capturado o perdido por la compañía A.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Fila mín
A_1	8	-2	9	-3	-3
A_2	6	5	6	8	5 ← Maximin
A_3	-2	4	-9	5	-9
Columna máx	8	5	9	8	
		↑			Minimax

La solución del juego se basa en el principio de asegurar lo mejor de lo peor para cada jugador. Si la compañía A selecciona la estrategia A1, entonces, independientemente de lo que haga B, lo peor que puede suceder es que A pierda 3% del segmento del mercado ante B. Esto se representa por medio del valor mínimo de las entradas en la fila 1. Asimismo, con la estrategia A2, el peor resultado es que A capture 5% de B, y con la estrategia A3, el peor resultado es que A pierda 9% ante B. Estos resultados aparecen bajo fila mín. Para lograr lo mejor de lo peor, la compañía A elige la estrategia A2 porque corresponde a un valor maximin.

Luego, para la compañía B, la matriz de retribuciones dada es para A, la mejor de la peor solución de B está basada en el valor minimax. El resultado es que la compañía B elegirá la estrategia B2. La solución óptima del juego exige seleccionar las estrategias A2 y B2, lo que significa que ambas compañías deben utilizar la publicidad por televisión. La retribución favorecerá a la compañía A porque su segmento del mercado se incrementará 5%. En este caso decimos que el valor del juego es 5% y que A y B están utilizando una solución de punto de silla.

La solución de punto de silla impide seleccionar una mejor estrategia por parte de cualquiera de las compañías. Si B cambia de estrategia (B1, B3 o B4), la compañía A puede seguir con la estrategia A2, lo que resultaría en una pérdida peor para B (6 u 8%). Por la misma razón, A no buscaría una estrategia diferente porque B puede cambiar a B3 para obtener 9% de ganancia del mercado si se utiliza A1, y 3% si se utiliza A3.

El problema anterior lo resolveremos con POM-QM.

Hacemos clic en **Module** y después clic en **Game Theory**. Con esto activa el módulo de teoría de juegos. Ahora procederemos a hacer clic en **File** y luego **New**. La matriz de trabajo será 3x4 (tres filas y cuatro columnas). Como se muestra, donde introducimos los datos y etiquetas de filas y columnas.

Enter the name for this column strategy. Almost any character is permissible.

	B1	B2	B3	B4
A1	8	-2	9	-3
A2	6	5	6	8
A3	-2	4	-9	5

Para resolverlo procedemos a dar clic en Solve. Se muestra la siguiente ventana.

■ Edit Data F9

1 Game Theory Results	1. Resultados del problema
2 Row's Expected Values	2. Valor en filas esperados
3 Column's Expected Values	3. Valor en columnas esperado
4 Maximin/Minimax	4. Maximin/Minimax
5 Results in list form	5. Resultados en forma de lista

Game Theory Results

(untitled) Solution

	B1	B2	B3	B4	Row Mix
A1	8	-2	9	-3	0
A2	6	5	6	8	1
A3	-2	4	-9	5	0
Column Mix-->	0	1	0	0	
Value of game (to row)	5				

Row's Expected Values

(untitled) Solution

	Col mix 1 * cell payoff	Col mix 2 * cell payoff	Col mix 3 * cell payoff	Col mix 4 * cell payoff	Expected Value (row)
Column's Optimal Mix	0	1	0	0	
A1	0	-2	0	0	-2
A2	0	5	0	0	5
A3	0	4	0	0	4
Value of game (to row)					5

Column's Expected Values

(untitled) Solution

	Optimal Row Mix	B1	B2	B3	B4
Row 1 mix * cell payoff	0	0	0	0	0
Row 2 mix * cell payoff	1	6	5	6	8
Row 3 mix * cell payoff	0	0	0	0	0
Expected Value (Col sum)		6	5	6	8
Value of game (to row)	5				

Maximin/Minimax

(untitled) Solution

	B1	B2	B3	B4	Row Minimum	Maximin
A1	8	-2	9	-3	-3	
A2	6	5	6	8	5	5
A3	-2	4	-9	5	-9	
Column Maximum	8	5	9	8		
Minimax		5				
Value=5						

Results in list form	
ROW	
A1	0
A2	1
A3	0
COLUMN	
B1	0
B2	1
B3	0
B4	0

Tema 8: Análisis de Markov

El análisis de Markov es una técnica que maneja las probabilidades de ocurrencias futuras mediante el análisis de las probabilidad conocidas en el presente.¹ La técnica tiene diversas aplicaciones en los negocios, incluyendo análisis de la participación en el mercado, predicción de deudas incobrables, predicción de la matrícula universitaria y determinación de si una máquina se descompondrá en el futuro.

El análisis de Markov hace la suposición de que el sistema comienza en un estado o una condición inicial. Por ejemplo, dos fabricantes competidores pueden tener respectivamente 40% y 60% de las ventas del mercado. Tal vez en dos meses las participaciones del mercado de las dos empresas cambiarían a 45% y 55% del mercado, respectivamente. Predecir los estados futuros implica conocer las posibilidades o probabilidades de cambio del sistema de un estado a otro. Para un problema en particular, tales probabilidades se pueden recolectar y colocar en una matriz o tabla. Esta matriz de probabilidades de transición muestra la probabilidad de que el sistema cambie de un periodo al siguiente. Este es el proceso de Markov que nos permite predecir los estados o las condiciones futuras.

Al igual que muchas otras técnicas cuantitativas, el análisis de Markov se puede estudiar con cualquier nivel de profundidad y complejidad. Por fortuna, los requisitos matemáticos más importantes son tan solo saber cómo realizar operaciones y manipulaciones básicas con matrices, y resolver conjuntos de ecuaciones con varias incógnitas.

Enfocamos nuestra presentación a los procesos de Markov que cumplen con cuatro suposiciones:

1. Existe un número limitado o finito de estados posibles.
2. La probabilidad de cambiar de estados permanece igual con el paso del tiempo.
3. Podemos predecir cualquier estado futuro a partir de los estados anteriores y de la matriz de probabilidades de transición.
4. El tamaño y la composición del sistema (es decir, el número total de fabricantes y clientes) no cambia durante el análisis.

Los estados sirven para identificar todas las condiciones posibles de un proceso o sistema. Por ejemplo, una máquina puede estar en uno de dos estados en cualquier momento: funcionar correctamente o no funcionar correctamente. Podemos llamar a la operación adecuada de la máquina el primer estado, y llamar al funcionamiento incorrecto el segundo estado. Sin duda, es posible identificar los estados específicos para muchos procesos o sistemas. Si hay solamente tres tiendas de abarrotes en un pueblo pequeño, un residente puede ser cliente de cualquiera de las tres tiendas en cierto momento. Por lo tanto, hay tres estados correspondientes a las tres tiendas. Si los estudiantes puede tomar una de tres especialidades en el área de administración (digamos, ciencias de la administración, sistemas de información gerencial o administración general), cada una de las tres se considera un estado.

En un análisis de Markov también suponemos que los estados son tanto *colectivamente exhaustivos* como *mutuamente excluyentes*. Colectivamente exhaustivos significa que podemos numerar todos los estados posibles de un sistema o proceso. Nuestro estudio del análisis de Markov supone que hay un número finito de estados para cualquier sistema. Mutuamente excluyentes significa que un sistema puede estar tan solo en un estado en cualquier momento. Un estudiante puede estar únicamente en una de las tres áreas de especialidad en administración, y *no* en dos o más áreas al mismo tiempo. También significa que una persona únicamente puede ser cliente de *una* de las tres tiendas de abarrotes en un punto en el tiempo.

Después de identificar los estados, el siguiente paso consiste en determinar la probabilidad de que el sistema esté en dicho estado, cuya información se coloca entonces en un vector de probabilidades de estado.

$$\begin{aligned}\pi(i) &= \text{vector de probabilidades de estado para el periodo } i \\ &= (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n)\end{aligned}$$

donde

n = número de estados

$\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ = probabilidad de estar en el estado 1, estado 2, ..., estado n

En algunos casos donde solo manejamos un artículo, como una máquina, es posible saber con total certidumbre en qué estado se encuentra el artículo. Por ejemplo, si investigamos tan solo una máquina, sabríamos que en este momento funciona correctamente. Entonces, el vector de estado se representa como: $\pi(1) = (1, 0)$.

donde :

$\pi(1)$ = vector de estado para la máquina en el periodo 1

$\pi_1 = 1$ = probabilidad de estar en el primer estado

$\pi_2 = 0$ = probabilidad de estar en el segundo estado

Esto muestra que la probabilidad de que la máquina funcione correctamente, estado 1, es 1; y que la probabilidad de que la máquina funcione de manera incorrecta, estado 2, es 0 para el primer periodo. Sin embargo, en la mayoría de los casos, tenemos que estudiar más de un artículo.

Problema 13 (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 15, Análisis de Markov/ página 575/ Problema de Análisis de Markov)

Veamos el vector de estados para los clientes en el pequeño pueblo con tres tiendas de abarrotes. Puede haber un total de 100,000 personas que compran en las tres tiendas durante un mes dado. Unas 40,000 personas compran en American Food Store, que se llamará estado 1. Por otro lado, 30,000 pueden comprar en Food Mart, que se llamará estado 2; y 30,000 pueden comprar en Atlas Foods, que será el estado 3. La probabilidad de que una persona compre en una de las tres tiendas es la siguiente:

Estado 1: American Food Store	$40,000/100,000 = 0.40 = 40\%$
Estado 2: Food Mart	$30,000/100,000 = 0.30 = 30\%$
Estado 3: Atlas Foods	$30,000/100,000 = 0.30 = 30\%$

Estas probabilidades se colocan en el vector de probabilidades de estado como: $\pi(1)=(0.4,0.3,0.3)$

Dónde:

- $\pi(1)$ =vector de probabilidades de estado para tres tiendas en el periodo 1
- $\pi_1 = 0.4$ = probabilidad de que una persona compre en American Food, estado 1
- $\pi_2 = 0.3$ = probabilidad de que una persona compre en Food Mart, estado 2
- $\pi_3 = 0.3$ = probabilidad de que una persona compre en Atlas Foods, estado 3

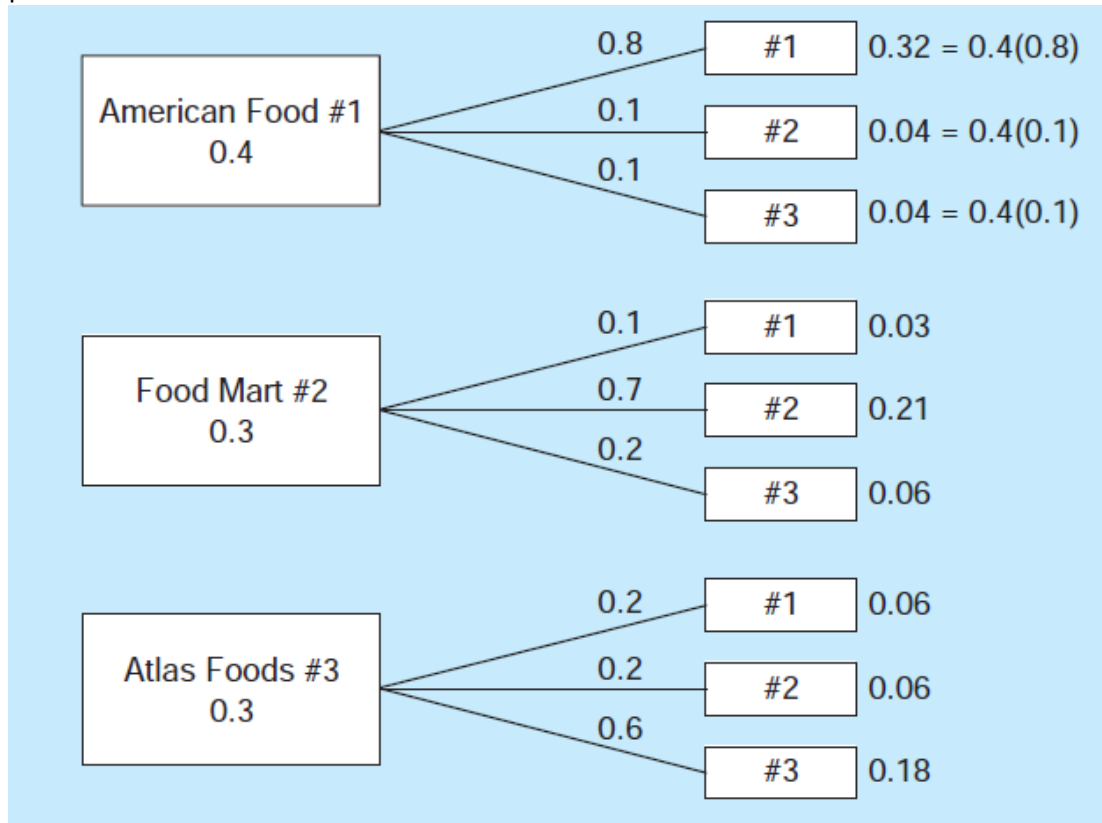
También debería observarse que las probabilidades en el vector de estado para las tres tiendas de abarrotes representan la participación en el mercado para las mismas en el primer periodo. Así, en el periodo 1 American Food tiene 40% el mercado; Food Mart, 30%; y Atlas Foods, 30%. Cuando se trata de participación en el mercado, estos se pueden utilizar en vez de los valores de probabilidad.

La gerencia de las tres tiendas debería estar interesada en la manera en que cambian sus participaciones de mercado con el paso del tiempo. Los clientes no siempre compran en una tienda, sino que quizá vayan a una tienda diferente para su siguiente compra. En este ejemplo, se realizó un estudio para determinar la lealtad de los clientes. Se determinó que 80% de los clientes que compran en American Food un mes regresarán a esa tienda el siguiente. Del otro 20% de sus clientes, 10% cambia a Food Mart y 10% a Atlas Foods en su siguiente compra. Para los clientes que compran este mes en Food Mart, 70% regresan, 10% cambia a American Food y 20% a Atlas Foods. De los clientes que compran este mes en Atlas Foods, 60% regresan, pero 20% cambiará a American Food y 20% a Food Mart.

La gráfica siguiente presenta un diagrama de árbol que ilustra la situación. Observe que de la participación de mercado de 40% para American Food este mes, 32% ($0.40 \times 0.80 = 0.32$) regresa, 4% compra en Food Mart y 4% compra en Atlas Foods. Para encontrar la participación de mercado de American el siguiente mes, sumamos este 32% de clientes que regresan al 3% de quienes vienen de Food Mart y al 6% de quienes vienen de Atlas Foods. Entonces, American Food tendrá 41% del mercado el próximo mes.

Aunque el diagrama de árbol y los cálculos que se acaban de ilustrar quizá sean útiles para encontrar las probabilidades de estado para el siguiente mes y el otro mes que sigue, pronto se volvería muy grande. En vez de usar un diagrama de árbol, es más sencillo usar una matriz de

probabilidades de transición, la cual se utiliza con las probabilidades de estado actuales para predecir las condiciones futuras.



El concepto que nos permite ir de un estado actual, como las participaciones en el mercado, a un estado futuro es la *matriz de probabilidades de transición*. Se trata de una matriz de probabilidades condicionales de estar en un estado futuro dado que estamos en el estado actual. La siguiente definición es útil:

Sea P_{ij} = probabilidad condicional de estar en el estado j en el futuro, dado que el estado actual es i . Por ejemplo, P_{12} es la probabilidad de estar en el estado 2 en el futuro, dado que el evento estaba en el estado 1 en el periodo anterior.

Definimos P = matriz de probabilidades de transición

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots & P_{2n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ P_{m1} & \dots & & & P_{mn} \end{bmatrix}$$

Los valores P_{ij} individuales casi siempre se determinan en forma empírica. Por ejemplo, si observamos al paso del tiempo que 10% de las personas que actualmente compran en la tienda 1 (o estado 1) comprarán en la tienda 2 (estado 2) el siguiente periodo, entonces, sabemos que $P_{12} = 0.1$ o 10%.

Probabilidades de transición para las tres tiendas de abarrotes

Usamos los datos históricos de las tres tiendas para determinar qué porcentaje de clientes cambiaría cada mes. Ponemos estas probabilidades de transición en la siguiente matriz:

$$P = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.7 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$$

Recuerde que American Foods representa el estado 1, Food Mart es el estado 2 y Atlas Foods es el estado 3. El significado de sus probabilidades se expresa en términos de los diferentes estados, como sigue:

Renglón 1

0.8 = P_{11} = probabilidad de estar en el estado 1 después de estar en el estado 1 el periodo anterior

0.1 = P_{12} = probabilidad de estar en el estado 2 después de estar en el estado 1 el periodo anterior

0.1 = P_{13} = probabilidad de estar en el estado 3 después de estar en el estado 1 el periodo anterior

Renglón 2

0.1 = P_{21} = probabilidad de estar en el estado 1 después de estar en el estado 2 el periodo anterior

0.7 = P_{22} = probabilidad de estar en el estado 2 después de estar en el estado 2 el periodo anterior

0.2 = P_{23} = probabilidad de estar en el estado 3 después de estar en el estado 2 el periodo anterior

Renglón 3

0.2 = P_{31} = probabilidad de estar en el estado 1 después de estar en el estado 3 el periodo anterior

0.2 = P_{32} = probabilidad de estar en el estado 2 después de estar en el estado 3 el periodo anterior

0.6 = P_{33} = probabilidad de estar en el estado 3 después de estar en el estado 3 el periodo anterior

Observe que las tres probabilidades en el renglón superior suman 1. Las probabilidades para cualquier renglón en una matriz de probabilidades de transición también suman 1.

Después de determinar las probabilidades de estado y la matriz de probabilidades de transición, es posible predecir las probabilidades de estado futuras.

Predicción de la participación futura en el mercado

Uno de los propósitos del análisis de Markov es predecir el futuro. Dado el vector de probabilidades de estado y la matriz de probabilidades de transición, no es muy difícil determinar las probabilidades de estado en una fecha futura. Con ese tipo de análisis, podemos comparar la probabilidad de que un individuo compre en una de las tiendas en el futuro. Como tal probabilidad es equivalente a la participación en el mercado, es posible determinar participación futura en el mercado para American Food, Food Mart y Atlas Foods. Cuando el periodo actual es 0, calcular las probabilidades de estado para el siguiente periodo (periodo 1) se hace como sigue:

$$\pi(1) = \pi(0)P \quad *$$

Más aún, si estamos en cualquier periodo n , calculamos las probabilidades de estado para el periodo $n+1$ como:

$$\pi(n+1) = \pi(n)P \quad **$$

La ecuación * sirve para contestar la pregunta de las participaciones de mercado del siguiente periodo para las tiendas. Los cálculos son:

$$\begin{aligned} \pi(1) &= \pi(0)P \\ &= (0.4, 0.3, 0.3) \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.7 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{bmatrix} \\ &= [(0.4)(0.8) + (0.3)(0.1) + (0.3)(0.2), (0.4)(0.1) \\ &\quad + (0.3)(0.7) + (0.3)(0.2), (0.4)(0.1) + (0.3)(0.2) + (0.3)(0.6)] \\ &= (0.41, 0.31, 0.28) \end{aligned}$$

Como se observa, la participación de mercado para American Food y Food Mart aumenta, en tanto que la de Atlas Food disminuye. ¿Continuará esta tendencia en el siguiente periodo y en el que le sigue? De la ecuación **, derivamos un modelo que nos dirá cuáles serán las probabilidades en cualquier periodo futuro. Considere dos periodos a partir de ahora:

$$\pi(2) = \pi(1)P$$

Como sabemos que

$$\pi(1) = \pi(0)P$$

Tenemos

$$\pi(2) = [\pi(1)]P = [\pi(0)P]P = \pi(0)PP = \pi(0)P^2$$

En general,

$$\pi(n) = \pi(0)P^n \quad ***$$

Entonces, las probabilidades de estado n periodos en el futuro se obtienen de las probabilidades de estado actuales y la matriz de probabilidades de transición.

En el ejemplo de las tres tiendas, vimos que American Food y Food Mart incrementaron su participación en el mercado en el siguiente periodo, mientras que para Atlas Food disminuyó. ¿Algún día Atlas perderá todo su mercado? ¿O todas las tiendas llegarán a una condición estable? Aunque la ecuación *** ofrece cierta ayuda para determinarlo, es mejor estudiarlo en términos de condiciones de equilibrio o de estado estable.

$$(\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3) \begin{pmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.7 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix} = (\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3) \quad \text{Ec. De equilibrio estable.}$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$$

Con estas ecuaciones podemos determinar la condición estable.

Ahora con el apoyo de POM-QM resolveremos el problema de las tres tiendas.

Hacemos clic en **Module** y después clic en **Markov Analysis** con esto activamos el módulo de análisis de Markov.

Ahora hacemos clic en **New** y se nos muestra la ventana siguiente. Vamos a trabajar con tres estados.

En esta ventana introducimos la distribución de clientes actual y las probabilidades históricas de rotación de los clientes.

Number of transitions:

Use the scroll bar or the text box to enter the number of transitions.

Análisis de Markov de las tiendas

	Initial	E1	E2	E3
E1	.4	.8	.1	.1
E2	.3	.1	.7	.2
E3	.3	.2	.2	.6

Para ver la solución, indicamos que solo queremos una iteración (P^1) y luego hacemos clic en solve. Se muestra la ventana siguiente.

Edit Data F9

<u>1</u> Markov Analysis Results	1. Resultados del Analisis de Markov
<u>2</u> Multiplications	2. Multiplicaciones
<u>3</u> State analysis	3. Análisis de Estados

Markov Analysis Results

Análisis de Markov de las tiendas 1 step transition matrix

	E1	E2	E3
E1	.8	.1	.1
E2	.1	.7	.2
E3	.2	.2	.6
Ending probability (given initial)	.41	.31	.28
Steady State probability	.42	.32	.26

Multiplications

Análisis de Markov de las tiendas solution

	E1	E2	E3
End of Period 1			
E1	.8	.1	.1
E2	.1	.7	.2
E3	.2	.2	.6
End prob (given initial)	.41	.31	.28

State analysis			Análisis de Markov de las tiendas solution
State	Type	Class number	
E1	Recurrent	1	
E2	Recurrent	1	
E3	Recurrent	1	

Tema 9: Modelos de Teorías de Colas y líneas de esperas.

El estudio de líneas de espera, llamado teoría de colas, es una de las técnicas de análisis cuantitativo más antiguas y que se utilizan con mayor frecuencia. Las líneas de espera son un suceso cotidiano, que afecta a las personas que van de compras a las tiendas de abarrotes, a cargar gasolina, a hacer depósitos bancarios, o bien, a quienes esperan en el teléfono a que conteste la primera operadora disponible para hacer su reservación en una aerolínea. Las colas, otro término de las líneas de espera, también podrían tomar la forma de máquinas que esperan a ser reparadas, camiones que esperan para descargar o aviones formados en una pista que aguardan la autorización para despegar. Los tres componentes básicos de un proceso de colas son las llegadas, las instalaciones de servicio y la línea de espera real.

Se analizará la forma en que los modelos analíticos de líneas de espera ayudan a los gerentes a evaluar el costo y la eficacia del sistema de servicio. Se comienza con una mirada a los costos de la línea de espera y, después, se describen las características de las líneas de espera y las suposiciones matemáticas subyacentes, que se utilizan para desarrollar los modelos de colas. También se presentan las ecuaciones necesarias para calcular las características de operación de un sistema de servicio y se dan ejemplos de cómo utilizarlo. Posteriormente, en este capítulo se verá cómo ahorrar tiempo de computadora mediante la aplicación de las tablas de colas y la ejecución de software de líneas de espera.

Costos de líneas de espera

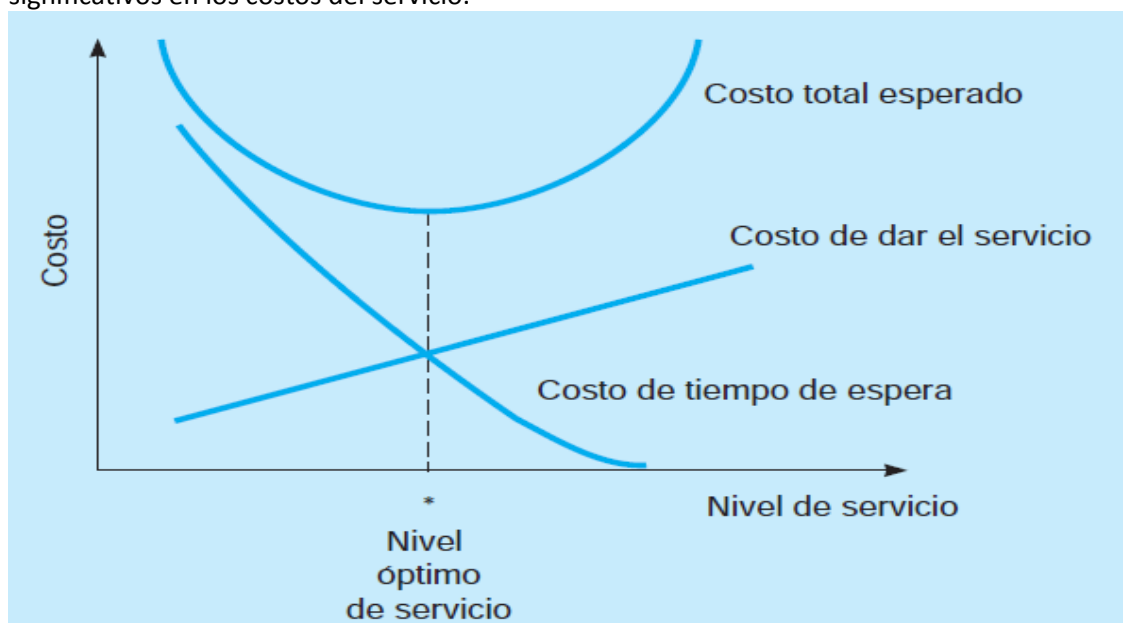
La mayoría de los problemas de **líneas de espera** se centran en la cuestión de encontrar el nivel ideal de servicio que debería proporcionar una empresa. Los supermercados deben decidir cuántas cajas registradoras tener abiertas. Las estaciones de gasolina tienen que decidir cuántas bombas de servicio abrir y cuántos empleados asignar al turno. Las plantas de manufactura deben determinar el número óptimo de mecánicos que tienen que cubrir cada turno, para reparar las máquinas que se descomponen.

Los bancos deberán decidir cuántas ventanillas o cajas mantener funcionando para atender a los clientes durante los diversos horarios del día. En la mayoría de los casos, este nivel de servicio es una opción sobre la cual la administración tiene cierto control. Un cajero adicional, por ejemplo, se podría tomar prestado de otra actividad, o bien, contratar y entrenar rápidamente si la demanda así lo requiere. Sin embargo, tal vez este no siempre sea el caso. Una planta quizá no sea capaz de localizar o contratar a mecánicos con habilidades para reparar maquinaria electrónica avanzada. Cuando una organización *en verdad* tiene el control, por lo general, su objetivo es encontrar un feliz punto medio entre los dos extremos. Por un lado, una organización puede tener un gran número de personal y ofrecer *muchas* instalaciones de servicio. Tales factores suelen dar como resultado un excelente servicio al cliente, y que rara vez haya más de una o dos personas en una

cola. Los clientes se mantienen contentos con la respuesta rápida y aprecian la comodidad. Sin embargo, esto quizá resulte demasiado costoso.

El otro extremo es tener el *mínimo* número posible de cajas registradoras, bombas de gasolina o ventanillas abiertas, lo cual reduce el **costo del servicio**, aunque podría resultar en la insatisfacción en los clientes. ¿Cuántas veces regresaría usted a un gran almacén de descuento que cuenta con tan solo una sola caja registradora abierta en el día que va de compras? Conforme aumenta la longitud promedio de la cola, y como resultado se da un servicio deficiente, se podrían perder clientes y su buena voluntad.

La mayoría de los gerentes reconocen que se debe alcanzar el equilibrio entre el costo de dar un buen servicio y el costo del tiempo de espera de los clientes. Quieren colas que sean lo suficientemente cortas como para que los clientes no se sientan insatisfechos y se vayan enfadados sin haber comprado, o que compren pero que jamás regresen. Sin embargo, están dispuestos a hacerlos pasar algún tiempo en la fila de espera, si ello se equilibra con ahorros significativos en los costos del servicio.



Uno de los medios para evaluar una instalación de servicio consiste en observar el *costo total esperado*, un concepto que se ilustra en el gráfico, que es la suma de los *costos de servicio* esperados más los **costos de espera**.

Los costos de servicio parecen aumentar conforme la empresa trata de elevar su nivel de servicio. Por ejemplo, si se utilizan tres cuadrillas de estibadores en vez de dos para descargar un buque de carga, los costos de servicio aumentan en la medida que lo hacen los montos del salario. No obstante, al mejorar la rapidez del servicio, disminuye el costo del tiempo que se pasa esperando en la fila. El costo de espera podría reflejar pérdidas de productividad de los trabajadores mientras sus herramientas o maquinaria esperan ser reparadas, o bien, podría simplemente ser una estimación de los costos de clientes perdidos debido al mal servicio y a las largas colas.

Características de un sistema de colas

La fuente de entrada que genera las llegadas o los clientes al sistema de servicio muestra tres características principales. Es importante considerar el *tamaño* de la población potencial, el *patrón* de llegadas al sistema de colas y el *comportamiento* de las llegadas.

TAMAÑO DE LA POBLACIÓN POTENCIAL Los tamaños de las poblaciones se consideran **ilimitados** (esencialmente *infinitos*) o **limitados** (*finitos*). Cuando el número de clientes o llegadas disponibles en cualquier momento dado es tan solo una pequeña parte de las llegadas potenciales, la población potencial se considera ilimitada. Para fines prácticos, los ejemplos de poblaciones ilimitadas incluyen automóviles que llegan a una caseta de cobro en una autopista, compradores que llegan al supermercado o estudiantes que se registran para tomar una clase en una universidad grande. La mayoría de los modelos de colas suponen una población potencial infinita como las anteriores. Cuando este no es el caso, el modelado se vuelve mucho más complejo. Un ejemplo de una población finita es un taller con solamente ocho máquinas que se podrían descomponer y requerir servicio.

PATRÓN DE LLEGADAS AL SISTEMA Los clientes llegan a la instalación de servicio de acuerdo con algún patrón conocido (por ejemplo, un paciente cada 15 minutos o un estudiante a quien asesorar cada media hora), o bien, llegan *aleatoriamente*. Las llegadas se consideran aleatorias cuando son independientes entre sí y su ocurrencia no se predice con exactitud. En los problemas de colas, con frecuencia el número de llegadas por unidad de tiempo se calcula mediante una distribución de probabilidad conocida como la **distribución de Poisson**.

COMPORTAMIENTO DE LAS LLEGADAS La mayoría de los modelos de colas suponen que un cliente que llega es un cliente paciente. Los clientes pacientes son personas o máquinas que esperan en la cola hasta que se les atiende y no se cambian de fila. Por desgracia, la vida y el análisis cuantitativo se complican por el hecho de que es bien conocido que la gente trata de eludir la espera o se rehúsa a aceptarla. **Eludir** se refiere a clientes que rechazan incorporarse a la fila de espera porque es demasiado larga para adaptarse a sus necesidades o intereses. Los clientes que se **rehúsan** son aquellos que entran a la cola pero les gana la impaciencia y se retiran sin completar su transacción. Realmente, ambas situaciones sirven tan solo para acentuar la necesidad de aplicar la teoría de las colas y realizar el análisis de líneas de espera. ¿Cuántas veces ha visto a un comprador con una canasta llena de abarrotes, que incluyen productos perecederos como leche, alimentos congelados o carnes, simplemente abandonar el carrito de las compras antes de pagar, debido a que la fila era demasiado larga? Este suceso tan costoso para la tienda hace que los gerentes estén muy atentos a la importancia de las decisiones de nivel de servicio.

Características de las líneas de espera

La línea de espera en sí misma es el segundo componente de un sistema de colas. La longitud de la fila puede ser limitada o ilimitada. Una cola es limitada cuando no puede, por la ley de las restricciones físicas, aumentar hasta un tamaño infinito. Este sería el caso en un restaurante pequeño que únicamente tiene 10 mesas y no puede atender a más de 50 comensales en una noche. Los modelos analíticos de colas se estudian con la suposición de una longitud de cola ilimitada. Una cola es ilimitada cuando su tamaño no está restringido, como en el caso de la caseta de pago en la autopista que atiende automóviles.

Una segunda característica de las líneas de espera está relacionada con la disciplina en la cola, que se refiere a la regla con la cual los clientes que están en la línea van a recibir el servicio. La mayoría de los sistemas utilizan la disciplina en la cola conocida como regla de primeras entradas, primeras salidas (PEPS). Sin embargo, en una sala de urgencias de un hospital o en la fila de la caja rápida del supermercado, varias prioridades asignadas podrían reemplazar las PEPS. Los pacientes que

están heridos de gravedad deben tener una prioridad de tratamiento mayor que los pacientes con la nariz o los dedos rotos.

Los compradores con menos de 10 artículos pueden entrar a la fila de la caja rápida pero *entonces* se les atiende según el criterio de primeros en llegar, primeros en salir. La ejecución de programas de software es otro ejemplo de sistemas de colas que funcionan con programación de prioridades. En la mayoría de las empresas grandes, cuando los cheques de nómina elaborados por computadora deben estar listos en una fecha determinada, el programa de nóminas tiene la prioridad mayor, sobre las demás corridas.

Características de las instalaciones de servicio

La tercera parte de cualquier sistema de colas son las instalaciones de servicio. Es importante examinar dos propiedades básicas: **1.** la configuración del sistema de servicio y **2.** el patrón de los horarios de servicio.

CONFIGURACIONES BÁSICAS DE LOS SISTEMAS DE COLAS Los sistemas de servicio generalmente se clasifican en términos del número de canales, o del número de servidores, y el número de fases o de número de paradas de servicio, que deben realizarse. Un **sistema de un solo canal**, con un solo servidor, se tipifica como la ventanilla del banco para atender a los automóviles que solamente tiene una caja abierta, o como el tipo de restaurante de comida rápida tan popular en Estados Unidos donde hay servicio en el vehículo. Si, por otro lado, el banco tuviera varios cajeros atendiendo y cada cliente esperara su turno en una fila común para pasar con el primer cajero disponible, se tendría en funcionamiento un **sistema multicanal**. Actualmente, muchos bancos son sistemas de servicio multicanal, así como muchas grandes peluquerías y varios mostradores de aerolíneas.

Un **sistema de una sola fase** es aquel donde el cliente recibe el servicio en una sola estación y luego sale del sistema. Un restaurante de comida rápida en el cual la persona que toma la orden también entrega la comida y cobra, es un sistema de una sola fase. También lo es una agencia de licencias de manejo donde la persona que recibe la solicitud también califica el examen y cobra el pago de la licencia. Pero, si el restaurante requiere que usted haga su pedido en una estación, pague en la segunda y recoja la comida en una tercera parada de servicio, este será un **sistema multifase**.

Asimismo, si la agencia de licencias de manejo es grande o muy concurrida, quizá tenga que esperar en una fila para llenar la solicitud (la primera parada de servicio), luego hacer otra fila para que le apliquen el examen (segunda parada de servicio) y, por último, ir a un tercer mostrador de servicio para pagar la tarifa. Para ayudarle a relacionar los conceptos de canales y fases, en la gráfica A-95 se presentan cuatro configuraciones posibles.

CONFIGURACIONES BÁSICAS DE LOS SISTEMAS DE COLAS Los patrones de servicio son como los patrones de llegadas en el sentido de que pueden ser constantes o aleatorios. Si el tiempo de servicio es constante, le toma la misma cantidad de tiempo atender a cada uno de los clientes. Este es el caso en una operación de servicio realizada por una máquina, como un lavado automático de automóviles. Sin embargo, con frecuencia los tiempos de servicio se distribuyen aleatoriamente. En muchos casos, es posible suponer que los tiempos de servicio aleatorios se describen con la distribución de probabilidad exponencial negativa. La distribución exponencial es importante en el proceso de construcción de los modelos matemáticos de colas, debido a que muchos de los respaldos teóricos del modelo se basan en la suposición de llegadas de tipo Poisson y de servicios de tipo exponencial. Sin embargo, antes de aplicarlos, el analista cuantitativo debe observar, recolectar y graficar datos de tiempos de servicio para determinar si estos se ajustan a la distribución exponencial.

Identificación de modelos usando notación de Kendall

D. G. Kendall desarrolló una notación ampliamente aceptada para especificar el patrón de las llegadas, la distribución del tiempo de servicio y el número de canales en un modelo de colas. Con frecuencia esta notación se encuentra en el software de modelos de colas. La **notación de Kendall** básica de tres símbolos tiene la forma:

Distribución de llegadas/Distribución de tiempos de servicio/Número de canales de servicio abiertos donde se utilizan letras específicas para representar las distribuciones de probabilidad. Las siguientes letras se utilizan comúnmente en la notación de Kendall:

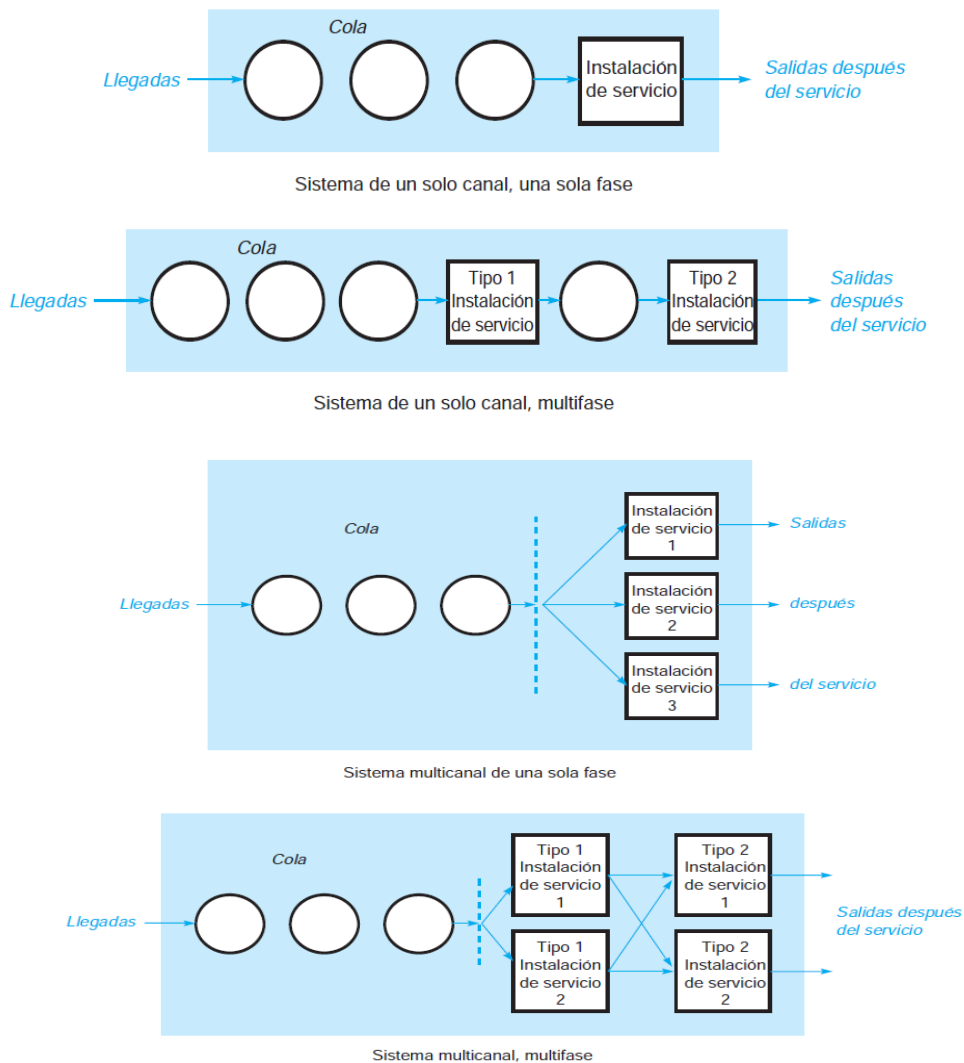
M = distribución de Poisson del número de ocurrencias (o tiempos exponenciales)

D = tasa constante (determinística)

G = distribución general con media y varianza conocidas

Gráfico A-95

Cuatro configuraciones básicas de sistemas de cola



Así, un modelo de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponenciales se representaría por: $M/M/1$

Cuando se agrega un segundo canal: $M/M/2$

Si hay m canales de servicio distintos dentro del sistema de colas con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponenciales, la notación de Kendall sería $M/M/m$. Un sistema de tres canales con llegadas de Poisson y tiempo de servicio constante se identificaría como $M/D/3$. Un sistema de cuatro canales con llegadas de Poisson y tiempos de servicio que están normalmente distribuidos se identificaría como $M/G/4$.

Modelo de colas de un solo canal con llegadas de Poisson y tiempos de servicio exponenciales ($M/M/1$)

Método analítico para determinar medidas importantes del desempeño de un sistema de servicio común. Después de haber calculado estas medidas numéricas, será posible agregar los datos de costo y comenzar a tomar decisiones, que equilibren los niveles de servicio con los costos de servicio de la línea de espera.

Suposiciones del modelo

El modelo de un solo canal y una sola fase que se considera aquí es uno de los modelos de colas más sencillos y más ampliamente utilizados. Implica suponer que existen siete condiciones:

1. Las llegadas se atienden sobre una base de PEPS.
2. Cada llegada espera a ser atendida independientemente de la longitud de la fila; es decir, no se elude ni se rehúsa.
3. Las llegadas son independientes de las llegadas anteriores, pero su número promedio (la tasa de llegadas) no cambia a lo largo del tiempo.
4. Las llegadas se describen con una distribución de probabilidad de Poisson y provienen de una población infinita o muy grande.
5. Los tiempos de servicio también varían de un cliente al siguiente y son independientes entre sí, pero se conoce su tasa promedio.
6. Los tiempos de servicio ocurren de acuerdo con una distribución de probabilidad exponencial negativa.
7. La tasa de servicio promedio es mayor que la tasa de llegadas promedio.

Cuando se cumplen las siete condiciones, se pueden desarrollar una serie de ecuaciones que definen las **características de operación** de la cola. Las matemáticas que se utilizan para deducir cada ecuación son más bien complejas y están más allá del alcance de este libro, por lo que a continuación tan solo se presentaran las fórmulas.

Ecuaciones de colas

Sea:

λ = número medio de llegadas por periodo (por ejemplo, por hora)

μ = número medio de personas o artículos que se atienden por periodo

Cuando se determina la tasa de llegada (λ) y la tasa de servicio (μ), se debe utilizar el mismo periodo.

Por ejemplo, si λ es el número promedio de llegadas por hora, entonces μ debe indicar el número promedio que podría atenderse por hora.

Las ecuaciones de colas se presentan a continuación.

1. El número promedio de clientes o unidades en el sistema, L , es decir, el número en la fila más el

número que se está atendiendo:
$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

2. El tiempo promedio que un cliente pasa en el sistema, W , es decir, el tiempo que pasa en la fila más el tiempo en que se le atiende:

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

3. El número promedio de clientes en la cola, L_q :

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

4. El tiempo promedio que pasa un cliente esperando en la cola, W_q :

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

5. El **factor de utilización** del sistema, ρ (la letra griega rho), es decir, la probabilidad de que se esté utilizando la instalación de servicio:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

6. Porcentaje de tiempo ocioso, P_0 , es decir, la probabilidad de que nadie esté en el sistema:

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

7. La probabilidad de que el número de clientes en el sistema sea mayor que k , $P_{n>k}$:

$$P_{n>k} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{k+1}$$

Problema 14 (Libro Métodos cuantitativos para negocios/Render-Stair-Hanna/capítulo 13, Modelos de Teorías de colas y líneas de esperas/ página 507/ Problema de líneas de espera)

Caso del taller de silenciadores (mofles) Arnold

Ahora se aplicarán estas fórmulas al caso del taller de silenciadores de Arnold, en Nueva Orleans. El mecánico de Arnold, Reid Blank, es capaz de instalar nuevos silenciadores a una tasa promedio de 3 por hora, o aproximadamente 1 cada 20 minutos. Los clientes que necesitan el servicio llegan al taller a un promedio de 2 por hora. Larry Arnold, el dueño del taller, estudió modelos de colas en un programa de maestría en administración de negocios y siente que se cumplen todas las siete condiciones para el modelo de un solo canal. Entonces, procede a calcular los valores numéricos de las características de operación anteriores.

Solución:

λ = llegan 2 automóviles por hora

μ = se atienden 3 autos por hora

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{2}{3 - 2} = \frac{2}{1} = 2 \text{ autos en el sistema en promedio}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{3 - 2} = 1 \text{ hora que en promedio pasa el auto en el sistema}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{2^2}{3(3 - 2)} = \frac{4}{3(1)} = \frac{4}{3} = 1.33 \text{ autos esperan en promedio en la fila}$$

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{2}{3(3 - 2)} = \frac{2}{3} \text{ de hora} = 40 \text{ minutos} = \text{ tiempo de espera promedio por auto}$$

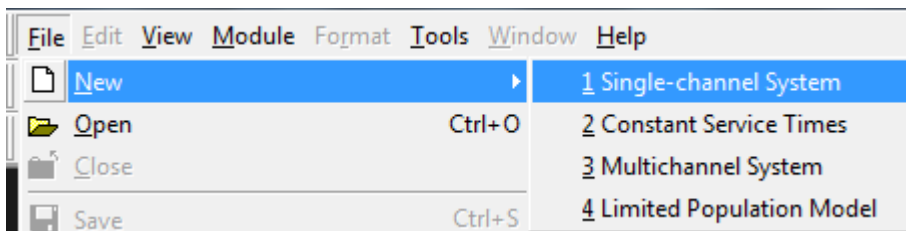
Observe que W y W_q están en *horas*, ya que λ se definió como el número de llegadas por *hora*.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{3} = 0.67 = \text{porcentaje de tiempo que el mecánico esta ocupado, o probabilidad de que el servidor esté ocupado}$$

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{2}{3} = 0.33 = \text{probabilidad de que haya 0 autos en el sistema}$$

Ahora resolveremos usando POM-QM para el problema del taller de silenciadores Arnold

Hacemos clic en **Module** y después en **“Waiting Lines”** para activar el módulo de líneas de esperas. Ahora hacemos clic en **File** y luego en **New**, seleccionamos **Single –channel System**



En la ventana siguiente ingresamos los datos en horas.

Cost analysis
 No costs
 Use Costs

Time unit (arrival, service rate)
 hours

This cell can not be changed.

Taller de Silenciadores

Parameter	Value
Single-channel System	
Arrival rate(lambda)	2
Service rate(mu)	3
Number of servers	1

Para resolverlo, hacemos clic en **Solve**. Se mostrará una ventana como la siguiente.

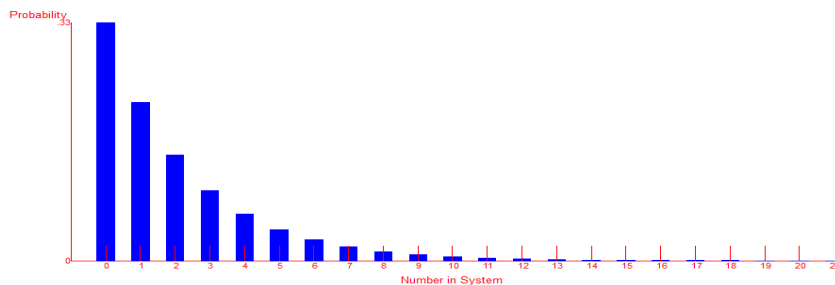
Edit Data	F9
<ul style="list-style-type: none"> 1 Waiting Lines Results 2 Table of Probabilities 3 Graphs of Probabilities 	

1. Resultados de la línea de espera
2. Tabla de probabilidades
3. Gráfico de probabilidades.

Waiting Lines Results					
Taller de Sileciadores Solution					
Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
Single-channel System		Average server utilization	.67		
Arrival rate(λ)	2	Average number in the queue(L_q)	1.33		
Service rate(μ)	3	Average number in the system(L_s)	2		
Number of servers	1	Average time in the queue(W_q)	.67	40	2400
		Average time in the system(W_s)	1	60	3600

Table of Probabilities			
Taller de Sileciadore			
k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys \leq k)	Prob (num in sys $>$ k)
0	.33	.33	.67
1	.22	.56	.44
2	.15	.7	.3
3	.1	.8	.2
4	.07	.87	.13
5	.04	.91	.09
6	.03	.94	.06
7	.02	.96	.04
8	.01	.97	.03
9	.01	.98	.02
10	.01	.99	.01
11	.0	1	.01
12	.0	1	.01
13	.0	1	.0
14	.0	1	.0
15	0	1	.0
16	0	1	.0
17	0	1	0
18	0	1	0
19	0	1	0
20	0	1	0
21	0	1	0

Taller de Sileciadores
Probabilities P(N = k)



BLOQUE DE PROBLEMAS DE PL PARA RESOLVERLOS POR MÉTOD GRÁFICO

TOMADOS DEL LIBRO INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES -TAHA NOVENA EDICIÓN (páginas 20++)

1. OilCo está construyendo una refinería para producir cuatro productos: diesel, gasolina, lubricantes y combustible para avión. La demanda mínima (en barriles por día) de cada uno de esos productos es de 14,000, 30,000, 10,000 y 8000, respectivamente. Iraq y Dubai firmaron un contrato para enviar crudo a OilCo. Debido a las cuotas de producción especificadas por la OPEP (Organización de Países Exportadores de Petróleo), la nueva refinería puede recibir por lo menos 40% de su crudo de Iraq y el resto de Dubai. OilCo pronostica que la demanda y las cuotas de petróleo crudo no cambiarán durante los próximos 10 años.
Las especificaciones de los dos crudos conducen a mezclas de productos diferentes: Un barril de crudo de Iraq rinde .2 barriles de diesel, .25 barriles de gasolina, 1 barril de lubricante y .15 barriles de combustible para avión. Los rendimientos correspondientes del crudo de Dubai son: .1, .6, 1.5 y .1, respectivamente. OilCo necesita determinar la capacidad mínima de la refinería (barriles por día).
2. Day Trader desea invertir una suma de dinero que genere un rendimiento anual mínimo de \$10,000. Están disponibles dos grupos de acciones: acciones de primera clase y acciones de alta tecnología, con rendimientos anuales promedio de 10 y 25%, respectivamente. Aunque las acciones de alta tecnología producen un mayor rendimiento, son más riesgosas, y Trader quiere limitar la suma invertida en estas acciones a no más de 60% de la inversión total. ¿Cuál es la suma mínima que Trader debe invertir en cada grupo de acciones para alcanzar su objetivo de inversión?
3. Un centro de reciclaje industrial utiliza dos chatarras de aluminio, *A* y *B*, para producir una aleación especial. La chatarra *A* contiene 6% de aluminio, 3% de silicio, y 4% de carbón. La chatarra *B* contiene 3% de aluminio, 6% de silicio, y 3% de carbón. Los costos por tonelada de las chatarras *A* y *B* son de \$100 y \$80, respectivamente. Las especificaciones de la aleación especial requieren que (1) el contenido de aluminio debe ser mínimo de 3% y máximo de 6%; (2) el contenido de silicio debe ser de entre 3 y 5%, y (3) el contenido de carbón debe ser de entre 3 y 7%. Determine la mezcla óptima de las chatarras que deben usarse para producir 1000 toneladas de la aleación.
4. Una compañía fabrica dos productos, *A* y *B*. El volumen de ventas de *A* es por lo menos 80% de las ventas totales de *A* y *B*. Sin embargo, la compañía no puede vender más de 100 unidades de *A* por día. Ambos productos utilizan una materia prima, cuya disponibilidad diaria máxima es de 240 lb. Las tasas de consumo de la materia prima son de 2 lb por unidad de *A* y de 4 lb por unidad de *B*. Las utilidades de *A* y *B* son de \$20 y \$50, respectivamente. Determine la combinación óptima de productos para la compañía.
5. Alumco fabrica láminas y varillas de aluminio. La capacidad de producción máxima se estima en 800 láminas o 600 varillas por día. La demanda diaria es de 550 láminas y 580 varillas. La utilidad por tonelada es de \$40 por lámina y de \$35 por varilla. Determine la combinación de producción diaria óptima.

6. Una persona desea invertir \$5000 durante el próximo año en dos tipos de inversión. La inversión *A* reditúa 5% y la inversión *B* 8%. La investigación de mercado recomienda una asignación de por lo menos 25% en *A* y cuando mucho 50% en *B*. Además, la inversión *A* debe ser por lo menos de la mitad de la inversión *B*. ¿Cómo deben asignarse los fondos a las dos inversiones?

7. La tienda de abarrotes Ma-and-Pa tiene un espacio de anaqueles limitado y debe utilizarlo con eficacia para incrementar las utilidades. Dos marcas de cereal, Grano y Wheatie, compiten por un total de espacio de 60 pies² en anaqueles. Una caja de Grano ocupa .2 pies², y una caja de Wheatie requiere .4 pies². Las demandas diarias máximas de Grano y Wheatie son de 200 y 120 cajas, respectivamente. Una caja de Grano reditúa una utilidad neta de \$1.00 y la de una de Wheatie es de \$1.35. Ma-and-Pa considera que como la utilidad neta de Wheatie es 35% mayor que la de Grano, a Wheatie se le debe asignar 35% más espacio que a Grano, lo que equivale a asignar aproximadamente 57% a Wheatie y 43% a Grano. ¿Usted qué piensa?

8. Wild West produce dos tipos de sombreros tejados. El sombrero tipo 1 requiere el doble de mano de obra que el tipo 2. Si toda la mano de obra disponible se dedica sólo al tipo 2, la compañía puede producir un total de 400 sombreros tipo 2 al día. Los límites de mercado respectivos para el tipo 1 y el tipo 2 son de 150 y 200 sombreros por día, respectivamente. La utilidad es de \$8 por sombrero tipo 1, y de \$5 por sombrero tipo 2. Determine la cantidad de sombreros de cada tipo que maximice la utilidad.

9. Top Toys planea una nueva campaña de publicidad por radio y TV. Un comercial de radio cuesta \$300 y uno de TV \$2000. Se asigna un presupuesto total de \$20,000 a la campaña. Sin embargo, para asegurarse de que cada medio tendrá por lo menos un comercial de radio y uno de TV, lo máximo que puede asignarse a uno u otro medio no puede ser mayor que el 80% del presupuesto total. Se estima que el primer comercial de radio llegará a 5000 personas, y que cada comercial adicional llegará sólo a 2000 personas nuevas. En el caso de la televisión, el primer anuncio llegará a 4500 personas y cada anuncio adicional a 3000. ¿Cómo debe distribuirse la suma presupuestada entre la radio y la TV?

10. Burroughs Garment Company fabrica camisas para caballero y blusas de dama para las tiendas de descuento Walmart, corporación que aceptará toda la producción surtida por Burroughs. El proceso de producción incluye el corte, la costura y el empaque. Burroughs emplea 25 trabajadores en el departamento de corte, 35 en el de costura, y 5 en empaque. La fábrica trabaja un turno de 8 horas, 5 días a la semana. La siguiente tabla muestra los requerimientos de tiempo y utilidades por unidad para las dos prendas:

Prenda	Minutos por unidad			Utilidad unitaria (\$)
	<i>Corte</i>	<i>Costura</i>	<i>Empaque</i>	
Camisas	20	70	12	8
Blusas	60	60	4	12

Determine el programa de producción semanal óptimo para Burroughs.

TOMADOS DEL LIBRO INTRODUCCION A LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES de Hiller-Lieberman NOVENA EDICIÓN (páginas 71++)

11. La compañía WorldLight produce dos dispositivos para lámparas (productos 1 y 2) que requieren partes de metal y componentes eléctricos. La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto debe fabricar para maximizar la ganancia. Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos. Por cada unidad del producto 2 se necesitan 3 unidades de partes de metal y 2 unidades de componentes eléctricos. La compañía tiene 200 unidades de partes de metal y 300 de componentes eléctricos. Cada unidad del producto 1 da una ganancia de \$1 y cada unidad del producto 2, hasta 60 unidades, da una ganancia de \$2. Cualquier exceso de 60 unidades del producto 2 no genera ganancia, por lo que fabricar más de esa cantidad está fuera de consideración.
- Formule un modelo de programación lineal.
 - Utilice el método gráfico para resolver este modelo. ¿Cuál es la ganancia total que resulta?
12. La compañía de seguros Primo está en proceso de introducir dos nuevas líneas de productos: seguro de riesgo especial e hipotecas. La ganancia esperada es de \$5 por el seguro de riesgo especial y de \$2 por unidad de hipoteca. La administración desea establecer las cuotas de venta de las nuevas líneas para maximizar la ganancia total esperada. Los requerimientos de trabajo son los siguientes:

Departamento	Horas de trabajo por unidad		Horas de trabajo disponibles
	Riesgo especial	Hipoteca	
Suscripciones	3	2	2 400
Administración	0	1	800
Reclamaciones	2	0	1 200

- Formule un modelo de programación lineal.
 - Use el método gráfico para resolver el modelo.
 - Verifique que el valor exacto de su solución óptima del inciso b) con la solución algebraica de las dos ecuaciones simultáneas relevantes.
13. Hoy es su día de suerte. Acaba de ganar un premio de \$10 000. Dedicará \$4 000 a impuestos y diversiones, pero ha decidido invertir los otros \$6 000. Al oír esta noticia, dos amigos le han ofrecido una oportunidad de convertirse en socio en dos empresas distintas, cada una planeada por uno de ellos. En ambos casos, la inversión incluye dedicar parte de su tiempo el siguiente verano y dinero en efectivo. Para ser un socio *pleno* en el caso del primer amigo debe invertir \$5 000 y 400 horas, y su ganancia estimada (sin tomar en cuenta el valor de su tiempo) sería de \$4 500. Las cifras correspondientes para el segundo caso son \$4 000 y 500 horas, con una ganancia estimada igual a la anterior. Sin embargo, ambos amigos son flexibles y le permitirían asociarse con cualquier *fracción* de

participación que quiera. Si elige una participación parcial, todas las cifras dadas para la sociedad plena (inversión de dinero y tiempo, y la ganancia) se pueden multiplicar por esta fracción. Como de todas formas usted busca un trabajo de verano interesante (máximo 600 horas), ha decidido participar en una o ambas empresas en alguna combinación que maximice su ganancia total estimada. Usted debe resolver el problema de encontrar la mejor combinación.

- a) Identifique las actividades y los recursos.
- b) Formule un modelo de programación lineal para este problema.
- c) Use el método gráfico para resolver el modelo. ¿Cuál es su ganancia total estimada?

14. Considere un problema con dos variables de decisión, x_1 y x_2 , que representan los niveles de las actividades 1 y 2, respectivamente. Los valores permitidos para cada variable son 0, 1 y 2, en donde las combinaciones factibles de estos valores de las dos variables están determinadas por una serie de restricciones. El objetivo es maximizar cierta medida de desempeño denotada por Z . Se estima que los valores de Z para los valores posiblemente factibles de (x_1, x_2) son los que se dan en la siguiente tabla:

x_1	x_2		
	0	1	2
0	0	4	8
1	3	8	13
2	6	12	18

Con base en esta información indique si este problema satisface por completo cada uno de los supuestos de programación lineal. Justifique sus respuestas.

15. La carne con papas es el plato favorito de Ralph Edmund. Por eso decidió hacer una dieta continua de sólo estos dos alimentos (más algunos líquidos y suplementos de vitaminas) en todas sus comidas. Ralph sabe que ésta no es la dieta más sana y quiere asegurarse de que toma las cantidades adecuadas de los dos alimentos para satisfacer los requerimientos nutricionales. Él ha obtenido la información nutricional y de costo que se muestra en el siguiente cuadro.

Ralph quiere determinar el número de porciones diarias (pueden ser fraccionales) de res y papas que cumplirían con estos requerimientos a un costo mínimo.

- a) Formule un modelo de programación lineal.
- b) Use el método gráfico para resolver el modelo.

Ingrediente	Gramos de ingrediente por porción		Requerimiento diario (gramos)
	Res	Papas	
Carbohidratos	5	15	≥ 50
Proteínas	20	5	≥ 40
Grasa	15	2	≤ 60
Costo por porción	\$4	\$2	

TOMADOS DEL LIBRO METODOS CUANTITATIVOS PARA NEGOCIOS UNDECIMA EDICIÓN (página 290++)

16. El candidato a la alcaldía en un pequeño pueblo asignó \$40,000 para propaganda de último minuto en los días anteriores a la elección. Se utilizarán dos tipos de anuncios: radio y televisión. Cada anuncio de radio cuesta \$200 y llega a unas 3,000 personas. Cada anuncio de televisión cuesta \$500 y llega a un estimado de 7,000 personas. En la planeación de la campaña de propaganda, la jefa de la campaña quiere llegar a tantas personas como sea posible, aunque ha establecido que se deben utilizar al menos 10 anuncios de cada tipo. Asimismo, el número de anuncios de radio debe ser al menos tan grande como el número de anuncios de televisión.
- ¿Cuántos anuncios de cada tipo se deberían utilizar?
 - ¿A cuántas personas llegarán?
17. La corporación Outdoor Furniture fabrica dos productos, bancos y mesas de picnic, para su uso en jardines y parques. La empresa cuenta con dos recursos principales: sus carpinteros (mano de obra) y el suministro de madera de secoya para fabricar muebles. Durante el siguiente ciclo de producción están disponibles 1,200 horas de mano de obra de acuerdo con el sindicato. La empresa también cuenta con un inventario de 3,500 pies de secoya de buena calidad. Cada banco que produce Outdoor Furniture requiere de 4 horas de mano de obra y de 10 pies de secoya, en tanto que cada mesa de picnic toma 6 horas de mano de obra y 35 pies de secoya. Los bancos terminados darán una utilidad de \$9 cada uno; y las mesas una utilidad de \$20 cada una. ¿Cuántos bancos y mesas debería fabricar Outdoor Furniture para obtener la mayor utilidad posible? Utilice el método gráfico de la PL.
18. El decano del Western College of Business debe planear la oferta de cursos de la escuela para el semestre de otoño. Las demandas de los estudiantes hacen que sea necesario ofrecer un mínimo de 30 cursos de licenciatura y 20 de posgrado durante el semestre. Los contratos de los profesores también dictan que se ofrezcan al menos 60 cursos en total. Cada curso de licenciatura impartido cuesta a la universidad un promedio de \$2,500 en salarios de docentes, y cada curso de posgrado cuesta \$3,000. ¿Cuántos cursos de licenciatura y posgrado se deberían impartir en otoño, de manera que los salarios totales del profesorado se reduzcan al mínimo?
19. La corporación MSA Computer fabrica dos modelos de minicomputadoras, Alpha 4 y Beta 5. La empresa contrata a cinco técnicos, que trabajan 160 horas cada mes, en su línea de ensamble. La gerencia insiste en que se mantenga pleno empleo (es decir, las 160 horas de tiempo) para cada trabajador durante las operaciones del siguiente mes. Se requiere 20 horas de trabajo para ensamblar cada equipo Alpha 4 y 25 horas de trabajo para ensamblar cada modelo Beta 5. MSA desea producir al menos 10 Alfa 4 y por lo menos 15 Beta 5 durante el periodo de producción. Las Alfa 4 generan \$1,200 de utilidad por unidad, y las Beta 5 producen \$1,800 cada una. Determine el número más rentable de cada modelo de minicomputadora que se debe producir durante el próximo mes.

20. Considere esta formulación de PL:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar el costo} &= \$X + 2Y \\ \text{sujeto a} & \\ & X + 3Y \geq 90 \\ & 8X + 2Y \geq 160 \\ & 3X + 2Y \geq 120 \\ & Y \leq 70 \\ & X, Y \geq 0 \end{aligned}$$

Muestre gráficamente la región factible y aplique el procedimiento de la recta de isocosto, para indicar qué punto esquina genera la solución óptima.
¿Cuál es el costo de esta solución?

BLOQUE DE PROBLEMAS DE PL PARA RESOLVERLOS POR MÉTOD SIMPLEX

1. Fox Enterprises está considerando seis posibles proyectos de construcción durante los próximos 4 años. Fox puede emprender cualquiera de los proyectos en parte o en su totalidad. La ejecución parcial de un proyecto prorrata el rendimiento como los desembolsos de efectivo. Los rendimientos (valor presente) y los desembolsos de efectivo para los proyectos se dan en la siguiente tabla.

Proyecto	Desembolso de efectivo (\$1000)				Rendimiento (\$1000)
	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	
1	10.5	14.4	2.2	2.4	32.40
2	8.3	12.6	9.5	3.1	35.80
3	10.2	14.2	5.6	4.2	17.75
4	7.2	10.5	7.5	5.0	14.80
5	12.3	10.1	8.3	6.3	18.20
6	9.2	7.8	6.9	5.1	12.35
Fondos disponibles (\$1000)	60.0	70.0	35.0	20.0	

- (a) Formule el problema como un programa lineal, y determine la combinación óptima de proyectos que maximice el rendimiento total utilizando POM-QM. Pase por alto el valor en el tiempo del dinero.
- (b) Suponga que si se emprende una parte del proyecto 2, entonces debe emprenderse por lo menos una parte igual del proyecto 6. Modifique la formulación del modelo y determine la nueva solución óptima.
- (c) En el modelo original, suponga que los fondos no utilizados al final de un año se utilizan en el año siguiente. Halle la nueva solución óptima, y determine qué tanto cada año “le pide prestado” al año anterior. Por sencillez, pase por alto el valor del dinero en el tiempo.

(d) Suponga en el modelo original que los fondos anuales disponibles para cualquier año se pueden exceder, si fuera necesario, pidiendo prestado a otras actividades financieras dentro de la compañía. Ignorando el valor del dinero en el tiempo, reformule el modelo de PL y determine la solución óptima. ¿Requeriría la nueva solución que se pida prestado en cualquier año? De ser así, ¿cuál es la tasa de rendimiento sobre el dinero pedido en préstamo?

2. El inversionista Doe dispone de \$10,000 para invertirlos en cuatro proyectos. La tabla siguiente presenta el flujo de efectivo para las cuatro inversiones.

Proyecto	Flujo de efectivo (\$1000) al inicio del				
	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
1	-1.00	0.50	0.30	1.80	1.20
2	-1.00	0.60	0.20	1.50	1.30
3	0.00	-1.00	0.80	1.90	0.80
4	-1.00	0.40	0.60	1.80	0.95

La información que aparece en la tabla puede interpretarse como sigue: Para el proyecto 1, \$1.00 invertido al inicio del año 1 reeditaré \$.50 al inicio del año 2; \$.30 al inicio del año 3; \$1.80 al inicio del año 4, y \$1.20 al inicio de año 5. Las entradas restantes pueden interpretarse de la misma manera. La entrada 0.00 indica que no se están realizando transacciones. Doe tiene opción adicional de invertir en una cuenta bancaria que gana 6.5% anual. Todos los fondos acumulados al final del año 1 pueden volverse a invertir en el año siguiente. Formule el problema como un programa lineal para determinar la asignación óptima de fondos a oportunidades de inversión. Resuelva el modelo con POM-QM.

3. La compañía manufacturera Omega discontinuó la producción de cierta línea de productos no reeditaré. Esta medida creó un exceso considerable de capacidad de producción. La administración quiere dedicar esta capacidad a uno o más de tres productos, llamados 1, 2 y 3. En la siguiente tabla se resume la capacidad disponible de cada máquina que puede limitar la producción:

Tipo de máquina	Tiempo disponible (en horas-máquina por semana)
Fresadora	500
Torno	350
Rectificadora	150

El número de horas-máquina que se requieren para elaborar cada unidad de los productos respectivos es

Coeficiente de productividad (en horas-máquina por unidad)

Tipo de máquina	Producto 1	Producto 2	Producto 3
Fresadora	9	3	5
Torno	5	4	0
Rectificadora	3	0	3

El departamento de ventas indica que las ventas potenciales de los productos 1 y 2 exceden la tasa máxima de producción y que las ventas potenciales del producto 3 son de 20 unidades por semana. La ganancia unitaria sería de \$50, \$20 y \$25, para los productos 1, 2 y 3, respectivamente. El objetivo es determinar cuántos productos de cada tipo debe producir la compañía para maximizar la ganancia.

a) Formule un modelo de programación lineal para este problema.

b) Utilice una computadora para resolver este modelo mediante el método símplex

4. En anticipación a los fuertes gastos académicos, Joe y Jill iniciaron un programa de inversión anual en el octavo cumpleaños de su hijo, el cual terminará hasta que cumpla dieciocho años. Planean invertir las siguientes cantidades al principio de cada año:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad (\$)	2000	2000	2500	2500	3000	3500	3500	4000	4000	5000

Para evitar sorpresas desagradables, quieren invertir el dinero sin riesgo en las siguientes opciones: Ahorros asegurados con rendimiento anual de 7.5%, bonos del gobierno a seis años que rinden 7.9% y cuyo precio de mercado actual es de 98% de su valor nominal, además de bonos municipales a 9 años que rinden 8.5% y cuyo precio de mercado actual es de 1.02 de su valor nominal. ¿Cómo deberá invertirse el dinero?

5. *Lewis (1996)*. Las facturas en una casa se reciben mensualmente (por ejemplo, servicios e hipoteca de la casa), trimestralmente (pagos de impuestos estimados), semestralmente (como los seguros), o anualmente (renovaciones y pagos vencidos de suscripciones). La siguiente tabla da las facturas mensuales durante el próximo año.

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Total
\$	800	1200	400	700	600	900	1500	1000	900	1100	1300	1600	12000

Para solventar estos gastos, la familia aparta \$1000 cada mes, cantidad que es el promedio del total dividido entre 12 meses. Si el dinero se deposita en una cuenta de ahorros convencional, puede ganar un interés anual de 4%, siempre que permanezca en la cuenta por lo menos 1 mes. El banco también ofrece certificados de depósito a 3 y 6 meses que pueden ganar el 5.5% y 7% de interés anual, respectivamente. Desarrolle un programa de inversión de 12 meses que maximizará la ganancia total de la familia durante el año.

Establezca cualesquier suposiciones o requerimientos necesarios para llegar a una solución factible. Resuelva el modelo con POM-QM.

6. Una compañía fabrica tres productos, *A*, *B* y *C*. El volumen de ventas de *A* es como mínimo 50% de las ventas totales de los tres productos. Sin embargo, la compañía no puede vender más de 75 unidades por día. Los tres productos utilizan una materia prima de la cual la máxima disponibilidad diaria es de 240 lb. Las tasas de consumo de la materia prima son de 2 lb por unidad de *A*, 4 lb por unidad de *B*, y 3 lb por unidad de *C*. Los precios unitarios de *A*, *B* y *C* son \$20, \$50 y \$35, respectivamente.
- (a) Determine la combinación óptima de productos para la compañía.
- (b) Determine el precio dual de la materia prima y su intervalo permisible. Si la materia prima disponible se incrementa en 120 lb, determine la solución óptima y el cambio del ingreso total mediante el precio dual.
- (c) Use el precio dual para determinar el efecto de cambiar la demanda máxima del producto *A* en 610 unidades.
7. Un avión de carga tiene tres compartimientos para almacenar: delantero, central y trasero. Estos compartimientos tienen un límite de capacidad tanto de *peso* como de *espacio*. Los datos se resumen a continuación:

Compartimiento	Capacidad de peso (ton)	Capacidad de espacio (ft ³)
Delantero	12	7 000
Central	18	9 000
Trasero	10	5 000

Más aún, para mantener el avión balanceado, el peso de la carga en los respectivos compartimientos debe ser proporcional a su capacidad. Se tienen ofertas para transportar cuatro cargamentos en un vuelo próximo ya que se cuenta con espacio:

Carga	Peso (ton)	Volumen (ft ³ /ton)	Ganancia (\$/ton)
1	20	500	320
2	16	700	400
3	25	600	360
4	13	400	290

Se puede aceptar cualquier fracción de estas cargas. El objetivo es determinar cuál cantidad de cada carga debe aceptarse (si se acepta) y cómo distribuirla en los compartimientos para maximizar la ganancia del vuelo.

- a) Formule un modelo de programación lineal.
- b) Resuelva el modelo por el método símplex para encontrar una de sus soluciones óptimas múltiples.

8. Oxbridge University tiene una computadora grande para uso de académicos, estudiantes de doctorado y ayudantes de investigación. Durante las horas hábiles debe haber un trabajador para operar y dar mantenimiento a la computadora y realizar algunos servicios de programación. Beryl Ingram, director del centro de cómputo, coordina la operación. Al principio del semestre de otoño, Beryl se enfrenta al problema de asignar horas de trabajo distintas a sus operadores. Debido a que éstos son estudiantes de la universidad, están disponibles para el trabajo sólo un número limitado de horas al día, como se muestra en la tabla.

Operadores	Tasa salarial	Máximo de horas disponibles				
		Lun.	Mar.	Mier.	Jue.	Vie.
K. C.	\$10.00/hora	6	0	6	0	6
D. H.	\$10.10/hora	0	6	0	6	0
H. B.	\$ 9.90/hora	4	8	4	0	4
S. C.	\$ 9.80/hora	5	5	5	0	5
K. S.	\$10.80/hora	3	0	3	8	0
N. K.	\$11.30/hora	0	0	0	6	2

Hay seis operadores (cuatro de licenciatura y dos de posgrado).

Todos tienen salarios diferentes según su experiencia con computadoras y su aptitud para programar. La tabla muestra estos salarios junto con el número máximo de horas al día que cada uno puede trabajar. Se garantiza a cada operador un número mínimo de horas de trabajo a la semana que lo mantendrán con un conocimiento adecuado de la operación. Este nivel se estableció de modo arbitrario en 8 horas por semana para licenciatura (K. C., D. H., H. B. y S. C.) y 7 horas por semana para posgrado (K. S. y N. K.).

El centro de cómputo debe abrir de 8 a.m. a 10 p.m. de lunes a viernes con un operador de guardia en este horario. Sábados y domingos, lo operan otras personas.

Debido al presupuesto reducido, Beryl tiene que minimizar el costo. Por lo tanto, quiere determinar el número de horas que debe asignar a cada operador cada día.

- Formule un modelo de programación lineal para este problema
- Resuelva este modelo por el método simplex.

9. Joyce y Marvin tienen una guardería. Intentan decidir qué dar a los niños de almuerzo. Desean mantener sus costos bajos, pero también deben cumplir con los requerimientos nutritivos de los niños. Ya decidieron darles sándwiches de mantequilla de maní y mermelada y alguna combinación de galletas, leche y jugo de naranja. El contenido nutritivo de cada alimento y su costo se presenta en la siguiente tabla.

Ingredientes	Calorías de grasa	Calorías totales	Vitamina C (mg)	Proteína (g)	Costo (¢)
Pan (1 rebanada)	10	70	0	3	5
Mantequilla de maní (1 cuch.)	75	100	0	4	4
Mermelada de fresa (1 cuch.)	0	50	3	0	7
Galleta (1 pieza)	20	60	0	1	8
Leche (1 taza)	70	150	2	8	15
Jugo (1 taza)	0	100	120	1	35

Los requerimientos nutritivos son los siguientes. Cada niño debe recibir de 400 a 600 calorías. No más de 30% de las calorías totales deben provenir de grasas. Cada niño debe consumir al menos 60 mg de vitamina C y 12 g de proteína. Todavía más, por razones prácticas, cada niño necesita 2 rebanadas de pan (para un sándwich), al menos el doble de mantequilla de maní que de mermelada y al menos una tasa de líquido (leche y/o jugo de naranja).

Joyce y Marvin desean seleccionar las opciones de alimento para cada niño que minimice el costo mientras cumple con los requerimientos establecidos.

a) Formule un modelo de programación lineal para este problema.

b) Resuelva el modelo por el método simplex.

- 10.** Maureen Laird es directora de inversiones de Alva Electric Co., empresa importante en el medio oeste. La compañía ha programado la construcción de nuevas plantas hidroeléctricas a 5, 10 y 20 años para cumplir con las necesidades de la creciente población en la región que sirve. Maureen debe invertir parte del dinero de la compañía para cubrir sus necesidades de efectivo futuras. Puede comprar sólo tres tipos de activos, cada una de las cuales cuesta 1 millón. Se pueden comprar unidades fraccionarias. Los activos producen ingresos a 5, 10 y 20 años, y el ingreso se necesita para cubrir necesidades mínimas de flujos de efectivo en esos años. (Cualquier ingreso arriba del mínimo que se requiere para cada periodo se usará para incrementar el pago de dividendos a los accionistas en lugar de ahorrarlo para ayudar a cumplir con los requerimientos mínimos de efectivo del siguiente periodo.) La tabla que se presenta a continuación muestra la cantidad de ingreso generada por cada unidad de acciones y la cantidad mínima de ingreso requerida para cada periodo futuro en se construirá una nueva planta.

Año	Ingresos por acción			Flujo de efectivo requerido
	Activo 1	Activo 2	Activo 3	
5	\$2 millones	\$1 millón	\$0.5 millones	\$400 millones
10	\$0.5 millones	\$0.5 millones	\$1 millón	\$100 millones
20	0	\$1.5 millones	\$2 millones	\$300 millones

Maureen desea determinar la mezcla de inversiones en estas acciones que cubrirá los requerimientos de efectivo y que minimizará la cantidad total invertida.

- Formule un modelo de programación lineal para este problema.
- Despliegue el modelo en una hoja de cálculo.
- Utilice la hoja de cálculo para verificar la posibilidad de comprar 100 unidades de la acción 1, 100 de la acción 2 y 200 de la 3. ¿Cuánto efectivo generará esta mezcla de inversiones dentro de 5, 10 y 20 años, respectivamente? ¿Cuál será la cantidad total invertida?
- Utilice el enfoque de prueba y error con la hoja de cálculo para obtener su mejor solución óptima. ¿Cuál es la inversión total de su solución?
- Use POM-QM para resolver el modelo por el método símplex.

BLOQUE DE PROBLEMAS DE TRANSPORTES Y TRANSBORDO
(Puede hacer uso del software POM-QM)

- La gerencia de la corporación Executive Furniture decidió expandir la capacidad de producción en su fábrica de Des Moines y disminuir la producción en sus otras fábricas. También reconoce un cambio de mercado para sus escritorios y revisa los requerimientos en sus tres almacenes.
 - Utilice la regla de la esquina noroeste para establecer un programa de envíos factible inicial y calcular su costo.
 - Utilice el método del costo mínimo para probar si es posible obtener una solución mejorada.

NUEVOS REQUERIMIENTOS DEL ALMACÉN		NUEVAS CAPACIDADES DE FÁBRICA	
Albuquerque (<i>A</i>)	200 escritorios	Des Moines (<i>D</i>)	300 escritorios
Boston (<i>B</i>)	200 escritorios	Evansville (<i>E</i>)	150 escritorios
Cleveland (<i>C</i>)	300 escritorios	Fort Lauderdale (<i>F</i>)	250 escritorios

Tabla para el problema de la corporación Executive Furniture.

DE \ A	ALBUQUERQUE	BOSTON	CLEVELAND
DES MOINES	5	4	3
EVANSVILLE	8	4	3
FORT LAUDERDALE	9	7	5

2. La compañía Hardrock Concrete tiene plantas en tres lugares y trabaja actualmente en tres proyectos de construcción importantes, cada uno ubicado en un sitio diferente. El costo de envío por camión cargado de concreto, las capacidades diarias y los requerimientos diarios se muestran en la tabla correspondiente.
- a) Formule una solución factible inicial para el problema de transporte de Hardrock con la regla de la esquina noroeste. Luego, evalúe cada ruta de envío no utilizada calculando todos los índices de mejora. ¿Es óptima la solución? ¿Por qué?
 - b) ¿Hay más de una solución óptima para este problema? ¿Por qué?

Datos para el problema

DE \ A	PROYECTO A	PROYECTO B	PROYECTO C	CAPACIDAD DE PLANTA
PLANTA 1	\$10	\$4	\$11	70
PLANTA 2	12	5	8	50
PLANTA 3	9	7	6	30
REQUERIMIENTOS DEL PROYECTO	40	50	60	150

3. La compañía Krampf Lines Railway se especializa en manejo de carbón. El viernes 13 de abril, Krampf tenía vagones vacíos en los siguientes pueblos en las cantidades indicadas:

PUEBLO	VAGONES DISPONIBLES
Morgantown	35
Youngstown	60
Pittsburgh	25

Para el lunes 16 de abril, los siguientes pueblos necesitarán vagones de carbón como sigue:

PUEBLO	DEMANDA DE VAGONES
Coal Valley	30
Coaltown	45
Coal Junction	25
Coalsburg	20

Usando una gráfica de distancias de ciudad a ciudad para ferrocarriles, el despachador elabora una tabla de millas para los pueblos anteriores. El resultado se muestra en la tabla correspondiente. Calcule el mejor envío de vagones de carbón que minimice las millas totales de los carros que se mueven a los nuevos lugares.

DE \ A	COAL VALLEY	COALTOWN	COAL JUNCTION	COALSBURG
MORGANTOWN	50	30	60	70
YOUNGSTOWN	20	80	10	90
PITTSBURGH	100	40	80	30

4. MG Auto Company tiene plantas en Los Ángeles, Detroit y Nueva Orleans. Sus centros de distribución principales son Denver y Miami. Las capacidades de las plantas durante el trimestre próximo son 1000, 1500, y 1200 automóviles. Las demandas trimestrales en los dos centros de distribución son de 2300 y 1400 vehículos.

El costo del transporte de un automóvil por tren es de 8 centavos por milla. El diagrama de las distancias recorridas entre las plantas y los centros de distribución son.

	Denver	Miami
Los Ángeles	1 000	1 690
Detroit	1 250	1 350
Nueva Orleans	1 275	850

Esto produce en costo por automóvil a razón de 8 centavos por milla recorrida. Produce los costos siguientes (redondeados a enteros), que representan a C_{ij} del modelo original.

	Denver	Miami
Los Ángeles	80	215
Detroit	100	108
Nueva Orleans	102	68

Calcular el costo que minimice el transporte de los vehículos de las plantas a los Centros de distribución.

5. Tres plantas de energía eléctrica con capacidades de 25, 40 y 50 millones de kilovatios/hora, respectivamente, ubicadas en Lima (Provincia. Bs As), Costanera Sur, y Arroyo Seco (Provincia de Santa Fe) deben suministrar electricidad a Junín (Provincia. Bs As), Buenos Aires, y Rosario. La demanda máxima prevista es en cada ciudad de 30, 35 y 25 millones de kilovatios/hora, respectivamente. El costo de transporte UM (unidades monetarias) por millón de kilovatio/hora está dado en la siguiente tabla:

	Junín	Buenos Aires	Rosario
Lima	600	700	700
Costanera Sur	320	300	300
Arroyo Seco	500	480	450

Hay que tener una ciudad ficticia porque es superior la oferta a la demanda minimice los costos.

6. Una empresa energética dispone de cuatro plantas de generación para satisfacer la demanda diaria eléctrica en cuatro ciudades, Junín, Salto, Vedia y Lincoln. Las plantas 1,2,3 y 4 pueden satisfacer 80, 30, 60 y 45 millones de KW al día respectivamente. Las necesidades de las ciudades de Junín, Salto, Vedia y Lincoln son de 70, 40, 70 y 35 millones de Kw al día respectivamente.

Los costos asociados al envío de suministro energético por cada millón de KW entre cada planta y cada ciudad son los registrados en la siguiente tabla.

	Junín	Salto	Vedia	Lincoln
Planta 1	5	2	7	3
Planta 2	3	6	6	1
Planta 3	6	1	2	4
Planta 4	4	3	6	6

Encuentre el costo mínimo.

7. Una fábrica dispone de tres centros de distribución A, B y C cuyas disponibilidades de materia prima son 100, 120 tm respectivamente. Dicha materia prima debe ser entregada a cinco almacenes I, II, III, IV y V, los cuales deben de recibir respectivamente 40, 50, 70, 90 y 90 tm. Determinar una solución que optimice el costo de envío.

MATRIZ DE COSTES

Orígenes	DESTINOS				
	I	II	III	IV	V
A	10	20	5	9	10
B	2	10	8	30	5
C	1	20	7	10	4

8. Tres (3) fábricas envían su producto a cinco (5) distribuidores. Las disponibilidades, los requerimientos y costos unitarios de transporte, se dan en la siguiente tabla.

Fábricas	Distribuidores					Disponibilidades
	1	2	3	4	5	
1	20	19	14	21	16	40
2	15	20	13	19	16	60
3	18	15	18	20	X	70
Requerimientos	30	40	50	40	60	

¿Qué cantidad del producto se debe enviar desde cada fábrica a cada distribuidor para minimizar los costos del transporte?

NOTA: La "X" significa que desde la fábrica 3 es imposible enviar unidades al distribuidor 5.

9. Una cadena de cinco (5) Almacenes, ubicados en diferentes partes del país, requieren cierta mercancía para cada uno de sus almacenes. Las Empresas abastecedoras han informado que disponen de la mercancía solicitada, pero en tres (3) diferentes fábricas. La escasez del producto hace que la cadena de almacenes deba transportar la mercancía. En base a los costos del transporte por unidad, a los requerimientos de los almacenes y a la disponibilidad de las fábricas, que se muestra en el siguiente cuadro; Formule el problema de programación lineal que minimice los costos totales del transporte y resuélvalo.

FÁBRICAS	ALMACENES					Disponibilidad
	1	2	3	4	5	
A	10	20	40	30	50	1.000
B	20	30	50	40	10	1.000
C	30	40	10	50	20	1.500
Requerimientos	1.000	800	600	800	300	3.500

10. Una Compañía desea saber, que política de distribución minimizará sus costos totales, se cuenta con tres (3) fábricas y cuatro (4) clientes, la producción de las fábricas es de: 550, 300 y 260 unidades respectivamente; y las necesidades de los cuatro (4) clientes son: 250, 300, 200, y 160 unidades respectivamente. Los costos de enviar una (1) unidad entre cada fábrica y los clientes se da a continuación:

		CLIENTES				OFERTA
		1	2	3	4	
FÁBRICAS	A	8	3	4	5	550
	B	7	6	5	2	300
	C	2	4	3	3	260
DEMANDA		250	300	200	160	

Minimice los costos de envío.

11. Una fábrica posee dos plantas de manufactura, una en Memphis y otra en Denver. La planta de Memphis puede producir hasta 150 unidades al día, la de Denver hasta 200 unidades al día. Los productos son enviados por avión a Los Ángeles y Boston. En ambas ciudades, se requieren 130 unidades diarias. Existe una posibilidad de reducir costos enviando algunos productos en primer lugar a New York o a Chicago y luego a sus destinos finales. Los costos unitarios de cada tramo factible se ilustran en la siguiente tabla:

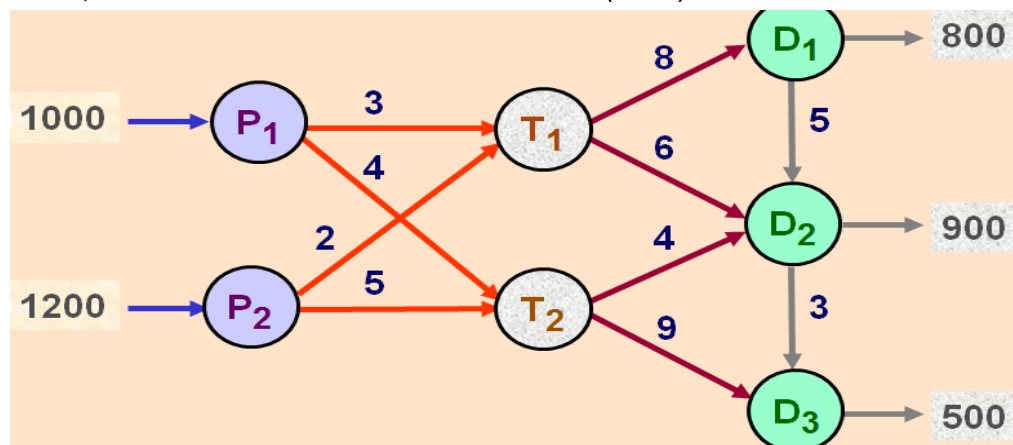
**Tabla de Costos de transporte
Hacia**

	Memphis	Denver	N.Y.	Chicago	L.A.	Boston
Memphis	0	-	8	13	25	28
Denver	-	0	15	12	26	25
N.Y.	-	-	0	6	16	17
Chicago	-	-	6	0	14	16
L.A.	-	-	-	-	0	-
Boston	-	-	-	-	-	0

La fábrica desea satisfacer la demanda, minimizando el costo total de envío. En este problema, Memphis y Denver son puntos de oferta de 150 y 200 unidades respectivamente. New York y Chicago son puntos de transbordo. Los Ángeles y Boston son puntos de demanda de 130 unidades cada uno.

12. Dos fábricas de automóviles, P_1 y P_2 , están conectadas a tres distribuidores, D_1 , D_2 y D_3 , por medio de dos centros de tránsito, T_1 y T_2 , de acuerdo con la red que se muestra.

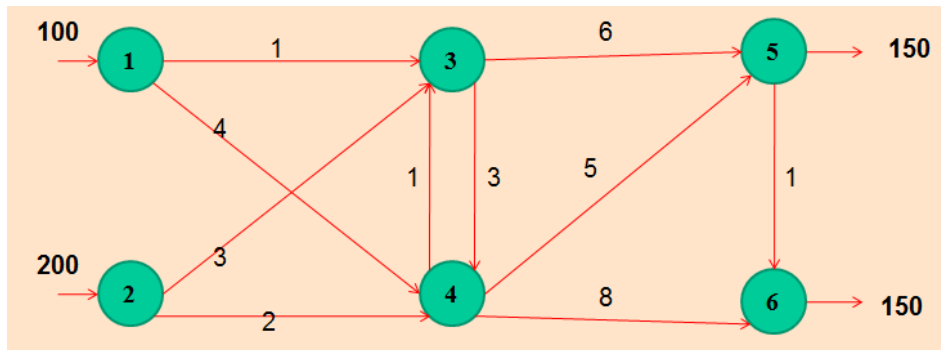
Las cantidades de las ofertas en las fábricas P_1 y P_2 , son de 1000 y 1200 automóviles, y las cantidades de la demanda en las distribuidoras D_1 , D_2 y D_3 , son de 800, 900 y 500 automóviles. El costo de envío por automóvil (en decenas de dólares) entre los pares de nodos, se muestra en los eslabones (arcos) de conexión de la red.



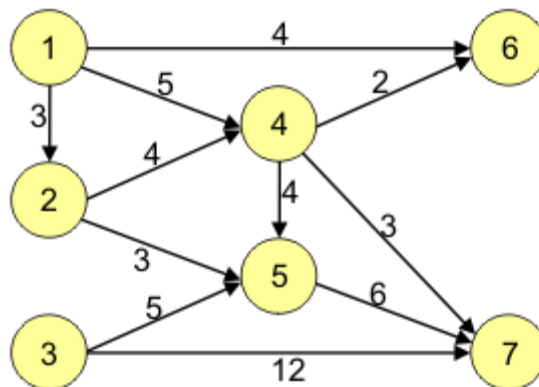
Minimizar los costos de envíos de las fábricas a los tres centros de distribución.

13. La red de la figura, muestra las rutas de transporte de los nodos 1 y 2 a los nodos 5 y 6, pasando por los nodos 3 y 4. Se ven, en los arcos respectivos, los costos unitarios de transporte.

- a. Formule el modelo correspondiente de transbordo
- b. Resuelva el modelo e indique cual es la solución óptima.

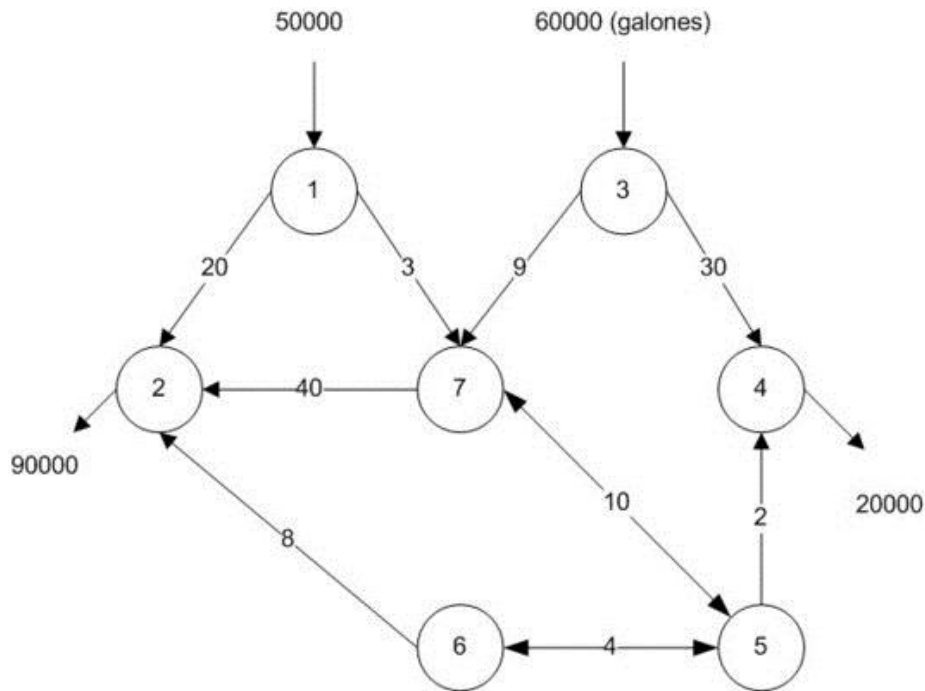


14. Convierta el siguiente problema de transbordo a la tabla usual del problema de transporte y resuélvalo; en donde la respectiva oferta en los nodos 1, 2 y 3 son 10, 20 y 15 unidades, y la respectiva demanda en los nodos 5, 6 y 7 es 10, 25 y 10 unidades.



15. Este es un problema propuesto en el texto "Investigación de Operaciones de TAHA" que hace referencia a una red de gasoductos en la que los distintos nodos representan estaciones de bombeo y recepción, los costos se encuentran en las rutas de la siguiente red. Los nodos 1

y 3 son nodos de bombeo, los nodos 2 y 4 de recepción y el resto de nodos son de transbordo. Resuélvalo minimizando el costo de envío.



BLOQUE DE PROBLEMAS DE ASIGNACIÓN
(Puede hacer uso del software POM-QM)

1. La compañía de manufactura "Jiménez y Asociados" desea realizar una jornada de mantenimiento preventivo a sus tres máquinas principales A, B y C. El tiempo que demanda realizar el mantenimiento de cada máquina es de 1 día, sin embargo la jornada de mantenimiento no puede durar más de un día, teniendo en cuenta que la compañía cuenta con tres proveedores de servicios de mantenimiento debe de asignarse un equipo de mantenimiento a cada máquina para poder cumplir con la realización del mantenimiento preventivo. Teniendo en cuenta que según el grado de especialización de cada equipo prestador de servicios de mantenimiento el costo de la tarea varía para cada máquina en particular, debe de asignarse el equipo correcto a la máquina indicada con el objetivo de minimizar el costo total de la jornada. Los costos asociados se pueden observar en la siguiente tabla:

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
Equipo de mantenimiento 1	€ 10	€ 9	€ 5
Equipo de mantenimiento 2	€ 9	€ 8	€ 3
Equipo de mantenimiento 3	€ 6	€ 4	€ 7

2. Se desea asignar 4 máquinas a 4 lugares posibles. A continuación se presentan los costos asociados. Se solicita minimizar los costos de asignación.

Maquina\Lugar	1	2	3	4
1	3	5	3	3
2	5	14	10	10
3	12	6	19	17
4	2	17	10	12

3. El entrenador de un equipo de natación debe asignar competidores para la prueba de 200 metros de relevo combinado que irán a las Olimpiadas Juveniles. Como muchos de sus mejores nadadores son rápidos en más de un estilo, no es fácil decidir qué nadador asignar a cada uno de los cuatro estilos. Los cinco mejores nadadores y sus mejores tiempos (en segundos) en cada estilo son los siguientes. Asigne óptimamente los mejores a cada categoría para minimizar el tiempo total.

	Tiempo de Nado				
	Carlos	Cristy	David	Antony	José
Dorso	37.7	32.9	33.8	37	35.4
Pecho	43.4	33.1	42.2	34.7	41.8
Mariposa	33.3	28.5	38.9	30.4	33.6
Libre	29.2	26.4	29.6	28.5	31.1

4. El gerente de la línea de producción de una empresa electrónica debe asignar personal a cinco tareas. Existen cinco operadores disponibles para asignarlos. El gerente de línea tiene a su disposición datos de prueba que reflejan una calificación numérica de productividad para cada uno de los cinco trabajos. Estos datos se obtuvieron a través de un examen de operación y prueba administrado por el departamento de ingeniería industrial (véase la tabla P3-20). Suponiendo que un operador puede ejecutar un solo trabajo, plantee un modelo que conduzca a la asignación óptima de tareas.

Número de operador	Número de trabajo				
	1	2	3	4	5
Op1	12	16	24	8	2
Op2	6	8	20	14	6
Op3	10	6	26	18	12
Op4	2	4	2	24	20
Op5	7	10	6	6	18

5. Se deben utilizar cuatro barcos cargueros para transportar bienes de un puerto a otros cuatro puertos (numerados 1, 2, 3, y 4). Se puede usar cualquier barco para hacer cualquiera de los cuatro viajes. Sin embargo, dadas algunas diferencias entre los barcos y las cargas, el costo total de carga, transporte y descarga de bienes de las distintas combinaciones de barcos y puertos varía de manera considerable. Estos costos se muestran en la tabla siguiente.

		Puertos			
		1	2	3	4
Barcos	1	\$500	\$400	\$600	\$700
	2	\$600	\$600	\$700	\$500
	3	\$700	\$500	\$700	\$600
	4	\$500	\$400	\$600	\$600

6. El profesor Michell ha terminado 4 capítulos de su libro y está pensando en pedir ayuda para terminarlo. El ha elegido a 4 secretarias que podrían tipearle cada uno

de sus capítulos. El costo asociado refleja la velocidad de la secretaria y la exactitud con la que realiza el trabajo. Además los capítulos difieren en la cantidad de hojas y en la complejidad. ¿Qué puede hacer el profesor si conoce la siguiente tabla:

	Capítulos			
Secretaría	13	14	15	16
Juana	96	99	105	108
María	116	109	107	96
Jackeline	120	102	113	111
Edith	114	105	118	115

- Llegan cuatro automóviles al taller de reparación de Bubba para varios tipos de trabajos: desde una transmisión averiada hasta un ajuste de frenos. El nivel de experiencia de los mecánicos varía considerablemente y Bubba quiere minimizar el tiempo requerido para completar todos los trabajos. Estima el tiempo en minutos para que cada mecánico termine cada trabajo. Billy puede terminar el trabajo 1 en 400 minutos, el trabajo 2 en 90 minutos, el trabajo 3 en 60 minutos y el trabajo 4 en 120 minutos. Taylor terminará el trabajo 1 en 650 minutos, el trabajo 2 en 120 minutos, el trabajo 3 en 90 minutos y el trabajo 4 en 180 minutos. Mark puede terminar trabajo 1 en 480 minutos, el trabajo 2 en 120 minutos, el trabajo 3 en 80 minutos y el trabajo 4 en 180 minutos. John terminará el trabajo 1 en 500 minutos, el trabajo 2 en 110 minutos, el trabajo 3 en 90 minutos y el trabajo 4 en 150 minutos. Cada mecánico debe asignarse a solo uno de los trabajos. ¿Cuál es el tiempo total mínimo requerido para terminar los cuatro trabajos? ¿Quién debería asignarse a cada trabajo?
- Los equipos de ampáyeres de béisbol se encuentran en cuatro ciudades donde darán inicio series de tres juegos. Cuando los juegos terminen, los ampáyeres deberán trabajar en juegos en otras cuatro ciudades. Las distancias (en millas) de cada ciudad donde se encuentran trabajando los equipos a las ciudades donde comenzarán los nuevos juegos se indican en la siguiente tabla:

DE	A			
	KANSAS	CHICAGO	DETROIT	TORONTO
Seattle	1,500	1,730	1,940	2,070
Arlington	460	810	1,020	1,270
Oakland	1,500	1,850	2,080	X
Baltimore	960	610	400	330

La X indica que el equipo que está en Oakland no se puede enviar a Toronto. Determine cuál equipo debería ir a cada ciudad para minimizar la distancia total recorrida. ¿Cuántas millas se recorrerán si se realizan estas asignaciones?

9. Roscoe Davis, presidente del departamento de negocios de una universidad, ha decidido aplicar un método nuevo para asignar a profesores a los cursos del siguiente semestre. Como criterio para juzgar quién debe enseñar cada curso, el señor Davis revisa las evaluaciones de profesores (hechas por estudiantes) de los dos años anteriores. Como cada uno de los cuatro profesores ha enseñado los cuatro cursos en algún momento durante los dos años, Davis puede registrar una puntuación del curso para cada profesor. Las puntuaciones se muestran en la tabla que sigue. Encuentre la mejor asignación de profesores para los cursos que maximice la puntuación general de enseñanza.

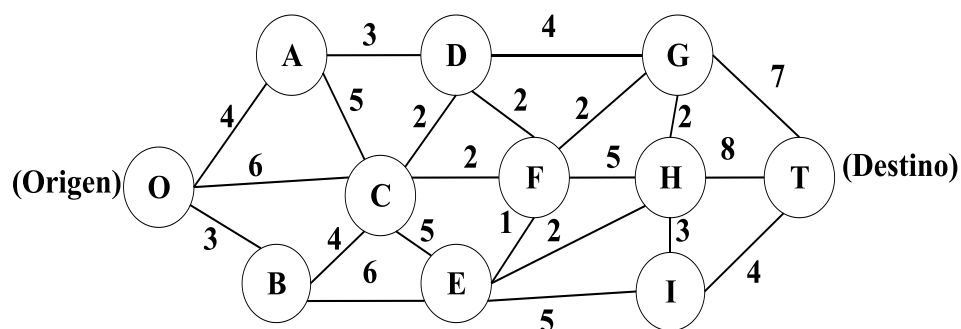
PROFESOR	CURSO			
	ESTADÍSTICA	ADMINISTRACIÓN	FINANZAS	ECONOMÍA
Anderson	90	65	95	40
Sweeney	70	60	80	75
Williams	85	40	80	60
McKinney	55	80	65	55

10. La compañía Patricia García fabrica siete productos médicos nuevos. Cada una de las ocho plantas de García puede agregar un producto más a sus líneas actuales de dispositivos médicos. Los costos unitarios de manufactura para producir las partes en las ocho plantas se muestran en la tabla correspondiente. ¿Cómo debería García asignar los nuevos productos a las plantas para minimizar los costos de manufactura?

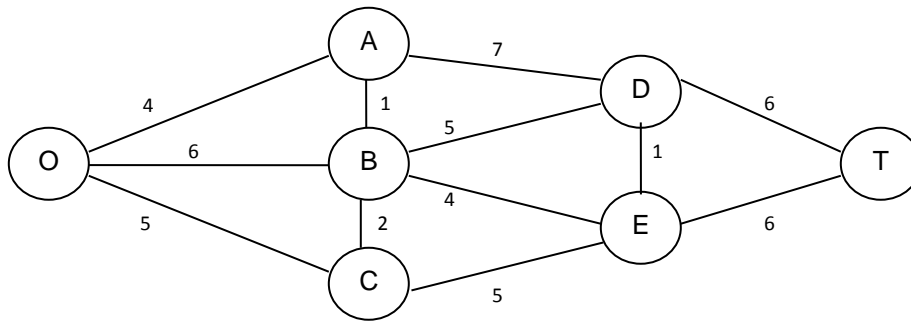
COMPONENTE ELECTRÓNICO	PLANTA							
	1	2	3	4	5	6	7	8
C53	\$0.10	\$0.12	\$0.13	\$0.11	\$0.10	\$0.06	\$0.16	\$0.12
C81	0.05	0.06	0.04	0.08	0.04	0.09	0.06	0.06
D5	0.32	0.40	0.31	0.30	0.42	0.35	0.36	0.49
D44	0.17	0.14	0.19	0.15	0.10	0.16	0.19	0.12
E2	0.06	0.07	0.10	0.05	0.08	0.10	0.11	0.05
E35	0.08	0.10	0.12	0.08	0.09	0.10	0.09	0.06
G99	0.55	0.62	0.61	0.70	0.62	0.63	0.65	0.59

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN DE REDES
(Puede hacer uso del software POM-QM)

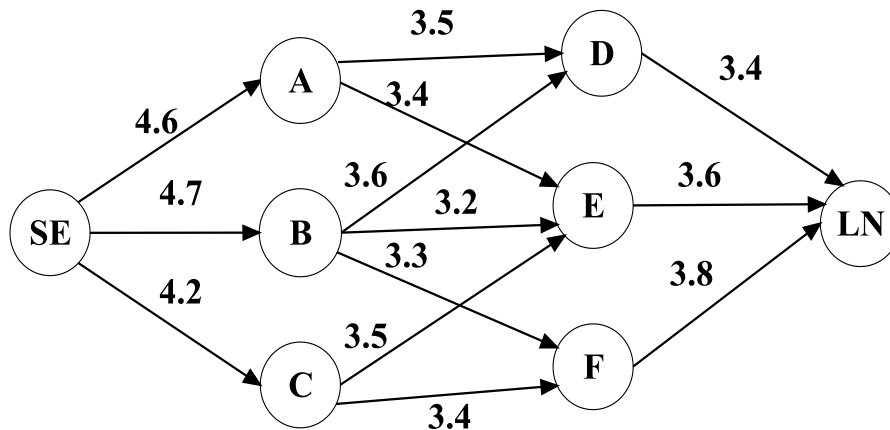
- Encuentre la ruta más corta de la siguiente red. Los números representan las distancias correspondientes reales entre los nodos.



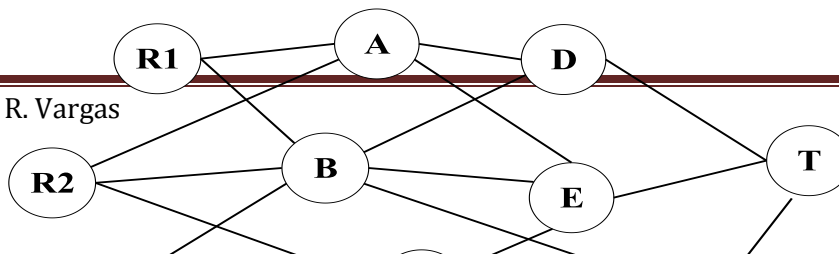
- Utilice el algoritmo adecuado para encontrar la ruta más corta a través de la red que se muestra a continuación, en donde los números representan las distancias reales entre los nodos correspondientes.



3. Un vuelo de Speedy Airlines está a punto de despegar de Seattle sin escalas a Londres. Existe cierta flexibilidad para elegir la ruta precisa, según las condiciones del clima. La siguiente red describe las rutas posibles consideradas, donde SE y LN, son Seattle y Londres respectivamente, y los otros nodos representan varios lugares intermedios. El viento a lo largo de cada arco, afecta de manera considerable el tiempo de vuelo, y por ende el consumo de combustible. Con base en el informe meteorológico actual, junto a los arcos de muestran los tiempos de vuelo (en horas). Debido al alto costo del combustible, la administración ha adoptado la política de elegir la ruta más corta que minimice el tiempo total de vuelo.
- ¿Qué papel tienen “las distancias” en la interpretación de este problema?
 - Resuélvalo como un problema de la ruta más corta.



4. El siguiente diagrama describe un sistema de acueductos que se origina en tres ríos (R1, R2, R3) y termina en una ciudad importante (nodo T), donde los otros nodos son puntos de unión del sistema.

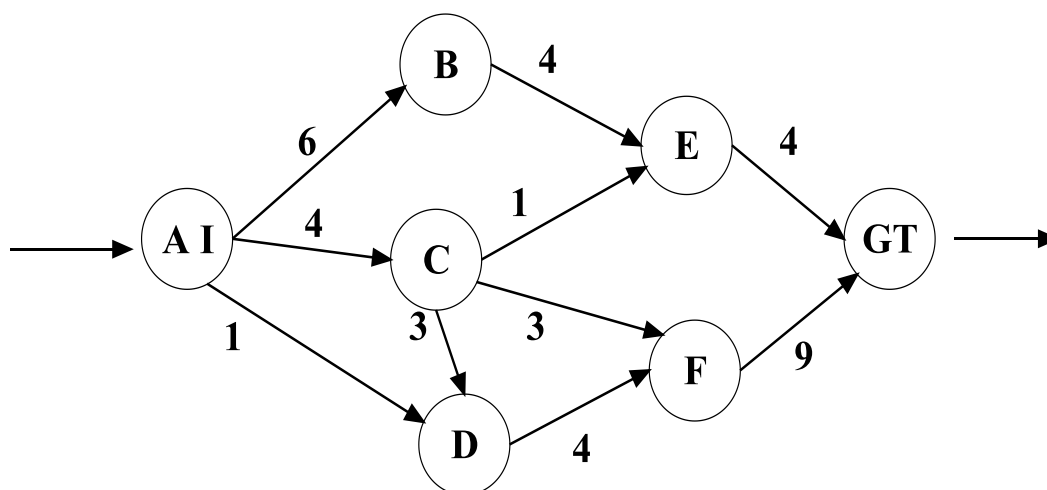


Utilice unidades de miles de acres –pie; las siguientes tablas muestran la cantidad máxima de agua que puede bombearse, a través de cada acueducto cada día.

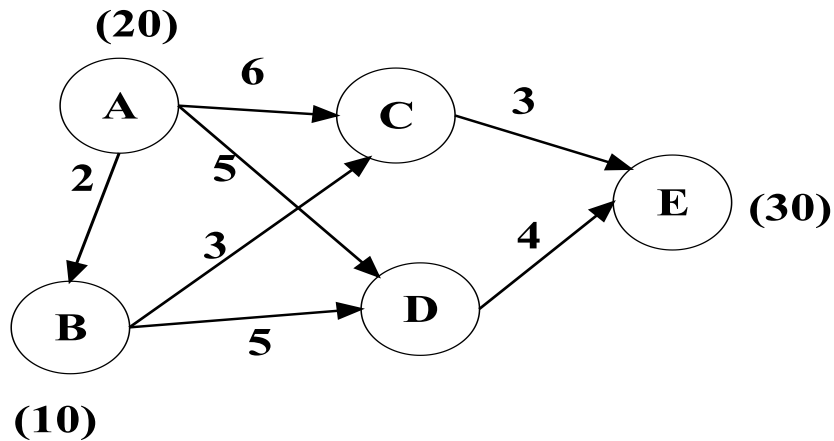
DE/A	A	B	C	DE/A	D	E	F	DE/A	T
R1	75	65	---	A	60	45	---	D	120
R2	40	50	60	B	70	55	45	E	190
R3	---	80	70	C	---	70	90	F	130

La comisión de agua desea determinar el plan que maximice el flujo de agua hacia la ciudad:

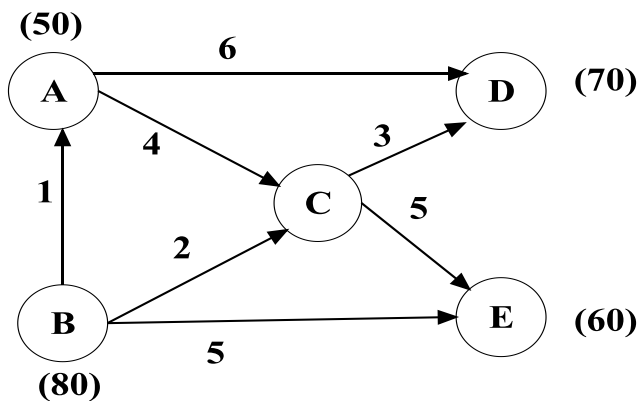
- Formule el problema como un problema de flujo máximo.
 - Identifique su origen, su destino, los nodos de trasbordo y trace la red completa que muestre la capacidad de cada arco.
5. Encuentre el flujo máximo de la red que se le muestra a continuación, donde el nodo inicial es (AI) y el terminal es (GT).



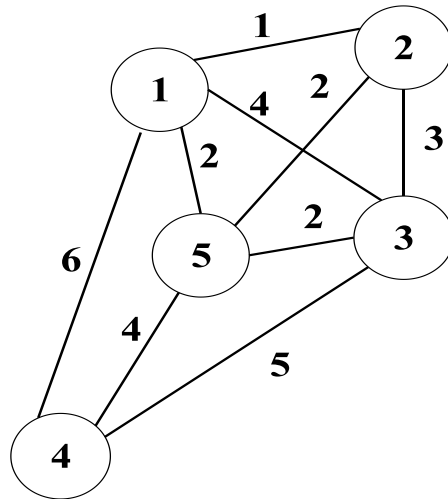
6. Considere y resuelva el problema de costo mínimo que se le presenta a continuación.



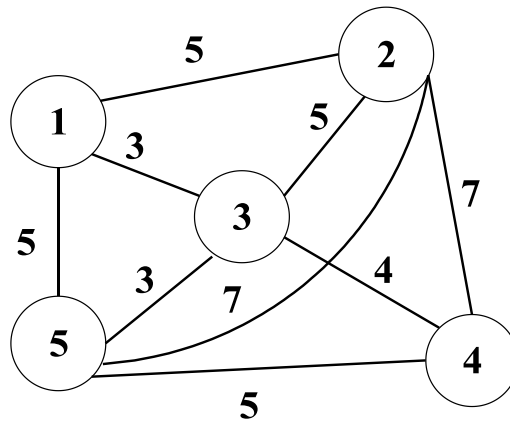
7. Considere y resuelva el problema de flujo de costo mínimo que se le muestra a continuación:



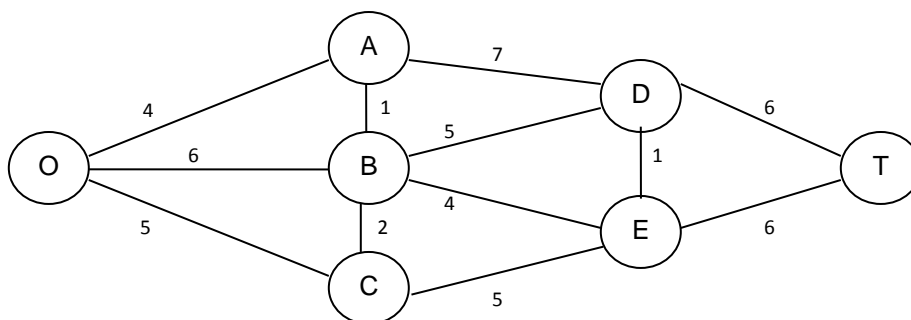
8. El campus de la universidad estatal tiene cinco mini computadoras, dan las distancias entre cada par de computadoras (expresada en las computadoras que deben conectarse mediante el cable subterráneo). La universidad desea conocer la mínima cantidad de cable que necesita. Observe que si no hay un par de nodos, esto significa que no se puede colocar un cable de computadoras; debido al subsuelo rocoso. Se desea obtener el árbol de extensión mínima.



9. La ciudad de Smalltown tiene cinco subdivisiones. El alcalde desea instalar líneas telefónicas, para asegurar la comunicación entre todas las subdivisiones. En la figura se dan las distancias entre las subdivisiones. ¿Cuál es la longitud mínima necesaria de la línea telefónica? Supóngase que ninguna línea puede colocarse entre las subdivisiones 1 y 4.



10. Utilice el algoritmo adecuado para encontrar la ruta más corta a través de la red que se muestra a continuación, en donde los números representan las distancias reales entre los nodos correspondientes. Formule el problema de la ruta más corta como uno de PL.

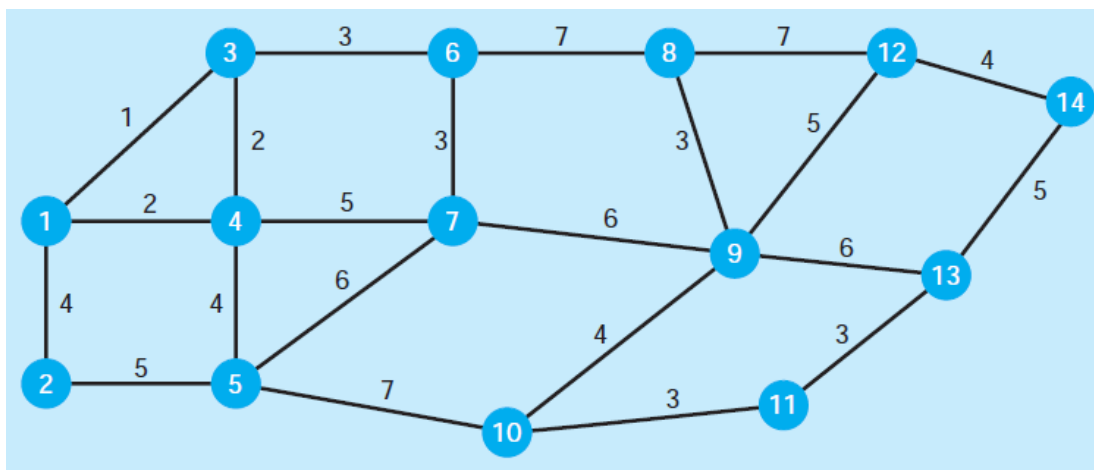


11. El servicio de Parques Nacionales planea desarrollar una zona campestre para el turismo. Se han señalado cuatro sitios en el área para llegar a ellos en automóviles. Estos sitios y las distancias (en millas) entre ellos, se presentan en la tabla.

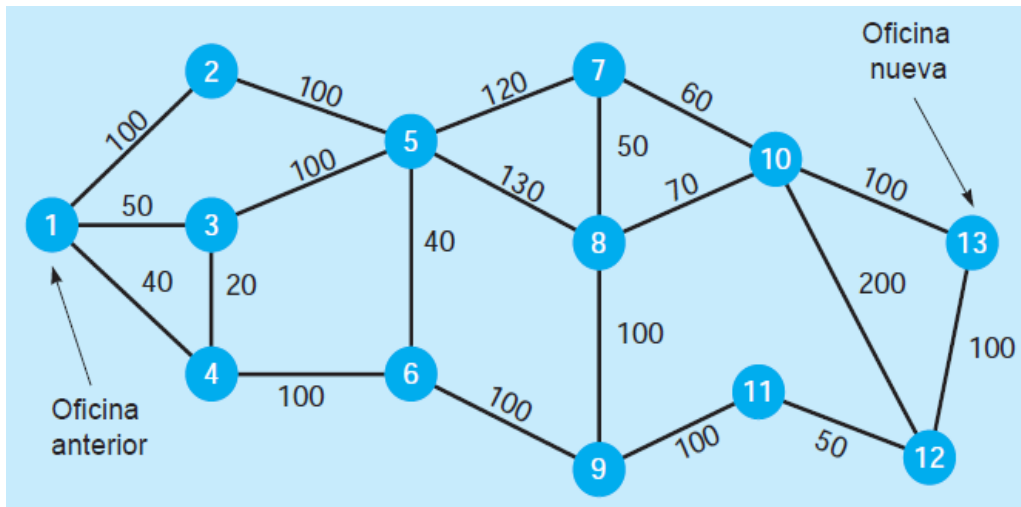
	Entrada al parque	Cascada	Formación rocosa	Mirador	Pradera
Entrada al parque	7.1	19.5	19.1	25.7
Cascada	7.1	8.3	16.2	13.2
Formación rocosa	19.5	8.3	18.1	5.2
Mirador	19.1	16.2	18.1	17.2
Pradera	25.7	13.2	5.2	17.2

Para dañar lo menos posible al medio ambiente, el Servicio de Parques desea minimizar el número de millas de caminos necesario para proporcionar el acceso deseado. Determínese cómo deberán construirse los caminos para lograr este objetivo. (Problema de expansión mínima)

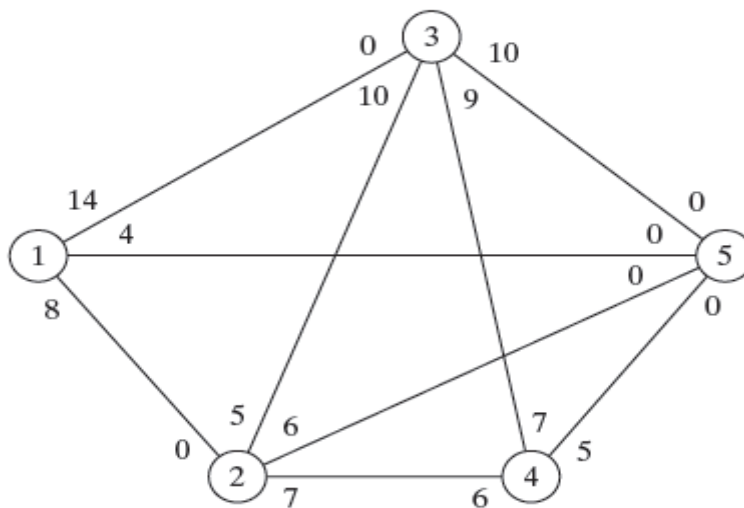
12. Bechtold Construction está en proceso de instalar líneas de energía eléctrica en un desarrollo habitacional grande. Steve Bechtold quiere minimizar la longitud total de cable, lo cual minimizará sus costos. El desarrollo habitacional se muestra en la red que se muestra. Cada casa se numeró y las distancias entre ellas se dan en cientos de pies. ¿Qué le recomienda?



13. Se contrató a Transworld Moving para trasladar mobiliario y equipo de oficina de Cohen Properties a sus nuevas instalaciones. ¿Qué ruta le recomienda para minimizar costos? La red de caminos se ilustra a continuación.



14. Determine el flujo máximo teniendo como origen el nodo (1) y como destino el nodo (5), para la red siguiente:



15. El Premiere Bank ha decidido conectar terminales de computadora de cada sucursal a la computadora central de su oficina matriz mediante líneas telefónicas especiales con dispositivos de telecomunicaciones. No es necesario que la línea telefónica de una sucursal esté conectada directamente con la oficina matriz. La conexión puede ser indirecta a través de otra sucursal que esté conectada (directa o indirectamente) a la matriz. El único requisito es que exista alguna ruta que conecte a todas las sucursales con la oficina matriz. El cargo por las líneas telefónicas especiales es directamente proporcional a la distancia cableada, donde la distancia (en millas) entre cada par de oficinas es:

	Distancia entre pares de oficinas					
	Principal	S.1	S.2	S.3	S.4	S.5
Oficina principal	—	190	70	115	270	160
Sucursal 1	190	—	100	110	215	50
Sucursal 2	70	100	—	140	120	220
Sucursal 3	115	110	140	—	175	80
Sucursal 4	270	215	120	175	—	310
Sucursal 5	160	50	220	80	310	—

La administración desea determinar qué pares de sucursales conectar directamente con las líneas telefónicas especiales para que todas queden conectadas (de modo directo o indirecto) a la oficina matriz con un costo total mínimo.

- a) Explique cómo se ajusta este problema a la descripción del problema del árbol de expansión mínima y resuélvalo.

16. La Texago Corporation tiene cuatro campos de petróleo, cuatro refinerías y cuatro centros de distribución. Una fuerte huelga en la industria del transporte ha reducido de manera considerable la capacidad de Texago para enviar petróleo de sus campos a las refinerías y los productos derivados a los centros de distribución. Use unidades en miles de barriles de petróleo crudo (y su equivalente en productos refinados); las tablas siguientes muestran el número máximo de unidades que puede enviar al día de cada campo a cada refinería y de éstas a cada centro de distribución.

Campo	Refinería			
	N. Orleans	Charleston	Seattle	San Luis
Texas	11	7	2	8
California	5	4	8	7
Alaska	7	3	12	6
Medio oeste	8	9	4	15

Refinería	Centro de distribución			
	Pittsburgh	Atlanta	Kansas City	San Francisco
N. Orleans	5	9	6	4
Charleston	8	7	9	5
Seattle	4	6	7	8
San Luis	12	11	9	7

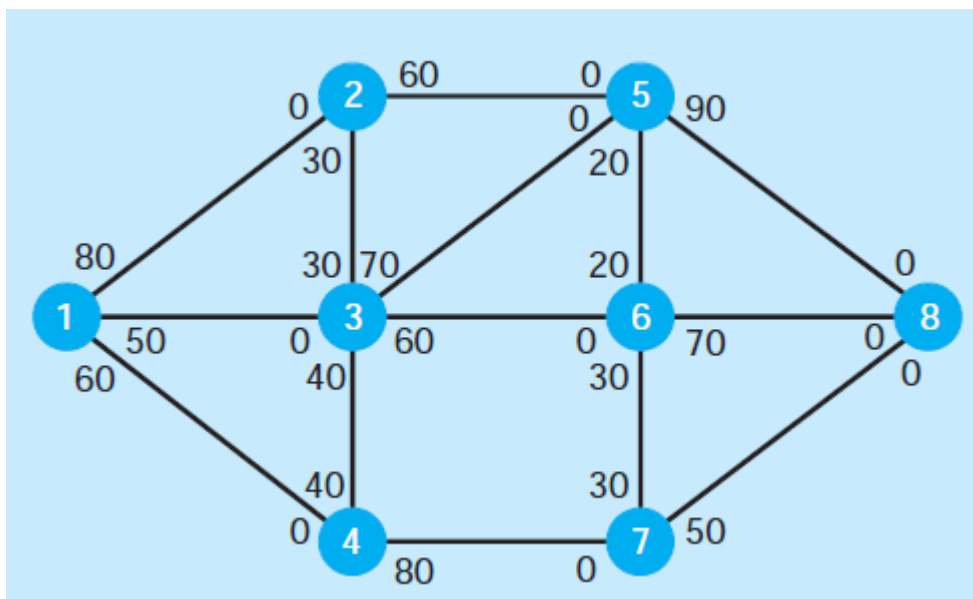
La administración de Texago desea elaborar un plan para determinar cuántas unidades debe enviar de cada campo petrolero a cada refinería y de cada refinería a cada centro de distribución de manera que se maximice el número total de unidades que llegan a los centros de distribución.

- a. Bosqueje un plano que muestre la ubicación de los campos, refinerías y centros de distribución de Texago. Agregue el flujo del petróleo crudo y de los productos del petróleo a través de la red de distribución.
- b. Dibuje de nuevo la red alineando en una columna los nodos de los campos, en otra los de refinerías y en una tercera los de centros de distribución. Después agregue arcos para mostrar el flujo posible.
- c. Modifique la red del inciso b) para formular este problema como uno de flujo máximo con sólo una fuente, un destino y una capacidad de cada arco.

17. La siguiente tabla representa una red con los arcos identificados por sus nodos inicial y final. Dibuje la red y use el árbol de expansión mínima para encontrar la distancia mínima requerida para conectar estos nodos.

ARCO	DISTANCIA
1-2	12
1-3	8
2-3	7
2-4	10
3-4	9
3-5	8
4-5	8
4-6	11
5-6	9

18. La red siguiente representa las calles de una ciudad e indica el número de automóviles por hora que pueden circular por dichas calles. Encuentre el número máximo de autos que pueden viajar por el sistema. ¿Cuántos automóviles circularían por cada calle (arco) para permitir este flujo máximo?



19. Una compañía fabricará el mismo producto nuevo en dos plantas y después lo enviará a dos almacenes. La fábrica 1 puede enviar una cantidad ilimitada por ferrocarril sólo al almacén 1, mientras que la fábrica 2 puede mandar una cantidad ilimitada por la misma vía sólo al almacén 2. Sin embargo, se puede usar camiones de carga independientes para enviar hasta 50 unidades de cada fábrica a un centro de distribución desde el que se pueden enviar hasta 50 unidades a cada almacén. En la siguiente tabla se muestra el costo unitario de embarque de cada alternativa junto con las cantidades que se producirán en las fábricas y las cantidades que se necesitan en los almacenes.

De \ A	Costo unitario de embarque			Producción
	Centro de distribución	Almacén		
		1	2	
Fábrica 1	3	7	—	80
Fábrica 2	4	—	9	70
Centro de distribución		2	4	
Asignación		60	90	

- a) Formule la representación de redes de este problema como un problema de flujo de costo mínimo.
- b) Formule un modelo de programación lineal para este problema.
20. Makonsel es una compañía integral que produce bienes y los vende en sus propias tiendas. Después de producidos los bienes se colocan en dos almacenes hasta que las tiendas los necesitan. Se usan camiones para transportar los bienes a los almacenes y luego a las tres tiendas.

Utilice una carga completa de camión como unidad; la siguiente tabla muestra la producción mensual de cada planta, su costo de transporte por carga enviada a cada almacén y la cantidad máxima que se puede enviar al mes a cada uno.

De \ A	Costo unitario de envío		Capacidad de envío		Producción
	Almacén 1	Almacén 2	Almacén 1	Almacén 2	
Planta 2	\$1 430	\$1 700	525	600	900

La siguiente tabla contiene la demanda mensual de cada tienda (T), el costo de transporte por camión desde cada almacén y la cantidad máxima que se puede enviar al mes desde cada uno.

De \ A	Costo unitario de envío			Capacidad de envío		
	T1	T2	T3	T1	T2	T3
Almacén 1	\$1 370	\$1 505	\$1 490	300	450	300
Almacén 2	\$1 190	\$1 210	\$1 240	375	450	225
Demanda	450	600	450	450	600	450

La administración desea determinar un plan de distribución: número de cargas enviadas al mes de cada planta a cada almacén y de cada uno de éstos a cada tienda de modo que se minimice el costo total de transporte.

Formule este problema como uno de flujo de costo mínimo y coloque todos los datos necesarios.

BLOQUE DE PROBLEMAS DE ANALISIS DE DECISIÓN

1. Un empresario desea invertir U\$ 10,000.00 en el mercado de valores comprando acciones de una de dos compañías: A y B. Las acciones de la compañía A representan un riesgo, pero podrían dar un rendimiento del 50% sobre la inversión durante el siguiente año. Si las condiciones de la bolsa no son favorables (es decir, mercado "a la baja"), las acciones pueden perder el 20% de su valor. La compañía B proporciona inversiones seguras con 15% de rendimiento en un mercado "a la alza" y sólo 5% en un mercado "a la baja" ¿Dónde debe el empresario invertir su dinero?. Construya la matriz de resultados y el VME.
2. El pequeño productor Fernández puede producir Maíz o frijol. Las probabilidades de que los precios de la siguiente cosecha de estos productos aumenten, permanezcan iguales o disminuyan son 0.25, 0.30 y 0.45 respectivamente. Si los precios aumentan, la cosecha de maíz producirá 30,000 dólares netos y el frijol 10,000 dólares netos. Si los precios permanecen sin cambios. Fernández (apenas) quedará a mano. Pero si los precios disminuyen, las cosechas de maíz y frijol tendrán pérdidas de 35,000 y 5000 dólares respectivamente. ¿Cuál cosecha debe producir Fernández?

3. Un inversionista tiene el objetivo de lograr la máxima tasa posible de retorno. Suponiendo que solamente tiene tres inversiones posibles (sus estrategias): acciones especulativas, acciones de alto grado, o bonos. También suponga que solo pueden ocurrir tres estados posibles de la naturaleza: guerra, paz y depresión. Ignore todos los problemas de ganancia de capital, impuestos, etc., y suponga que el inversionista ha determinado sus tasas de retorno (en porcentaje) para cada una de las nuevas combinaciones posibles acciones-estado de la naturaleza como se muestra en la matriz ¿Cuál es la acción óptima utilizando los diversos criterios de elección?

	P1=1/3	P2=1/3	P3=1/3
Acción	S1:Guerra	S2:Paz	S3:Depresión
A1: acciones especulativos	20	1	-6
A2: acciones de alto grado	9	8	0
A3: bonos	4	4	4

4. La compañía Rodney Sportswear ha diseñado dos nuevos estilos de pantalonetas de tenis para el año próximo, “Wimbledon” y “Forest Hill”. La compañía puede producir cualquiera de las dos o ninguna de las dos. Así, ellos deben seleccionar una de las cuatro acciones disponibles; solamente Wimbledon, solamente Forest Hill, ambas o ninguna. El costo de producción, con todo el cual debe cargarse por adelantado, si el modelo diseñado es producido, es \$50,000 para cualquiera de los dos modelos; pero es \$125,000 para ambos debido al esfuerzo en la capacidad involucrada en la producción de los estilos. La ganancia, incluyendo todos los ingresos y costos excepto los de producción, es \$100,000 por estilo si el estilo es satisfactorio y cero si el estilo es un fracaso. ¿Cuál es el mejor curso de acción?
5. Considere la siguiente matriz de pago.

Acción	P1=1/4	P2=1/2	P3=1/4
	S1	S2	S3
A1	\$10	\$6	\$3

A2	5	8	4
A3	2	5	9

- Especifique la matriz de costo de oportunidad.
- Calcule el valor esperado de la información perfecta VMEIP.
- Si se pudiera comprar la información perfecta por \$2, ¿la compraría usted?

6. Una empresa está programando un espectáculo de Corrida de Toros para el 15 de agosto, con motivo del aniversario de la Fundación de la Ciudad. Las ganancias que se obtengan dependerán en gran medida del clima en el día del evento. En concreto, si el día es lluvioso la empresa pierde 15 mil dólares; si es soleado gana 10 mil dólares. Se supone que los días o son lluviosos o son soleados. La empresa puede decidir cancelar el evento, pero si lo hace pierde el depósito de 1,000 dólares efectuado por el alquiler del local. Los registros del pasado indican que en la quinta parte de los últimos cincuenta años, ha llovido en esa fecha.

Resolver : (a) Construya la matriz de decisión, (b) La decisión óptima sin información perfecta, usando VME, Maxmax, Maxmin y Laplace (c) Entre qué límites puede variar la probabilidad de que llueva, sin que cambie la decisión establecida en b), (d) Cuál es el monto máximo que estaría dispuesto a pagar la Empresa por la información perfecta.

El dueño de la empresa piensa recurrir a una clarividente, llamada Cotty, muy famosa que ofrece sus servicios a quienes lo requieren. En las ocasiones que ha llovido, Cotty acertó el 90% de las veces. Cuando predijo un día soleado, acertó sólo el 80% de las veces. (e)¿Cuánto estaría dispuesto a pagar el dueño de la empresa por los servicios de Cotty?.

- Construya la matriz de decisión
- La decisión óptima sin información perfecta, usando VME, Maxmax, Maxmin y Laplace
- Entre qué límites puede variar la probabilidad de que llueva, sin que cambie la decisión establecida en b).
- Cuál es el monto máximo que estaría dispuesto a pagar la Empresa por la información perfecta.

7. Una Compañía de Manufacturas Eléctricas que produce aparatos de aire acondicionado, tiene que decidir si comprar o no un componente importante para su producto final de un abastecedor o fabricarlo en su propia planta. Las alternativas de decisión son entonces:

1) Comprar el componente (C)

2) Fabrica el componente (F)

La determinación de la mejor decisión dependerá de la aceptación (demanda) de su producto final en el mercado. Dado que la demanda que la Cía. enfrenta por su producto final está fuera del control del Decisor, esta constituye una variable de estado. De acuerdo con la administración de la Cía. Los posibles valores de la demanda por su producto final pueden ser:

DA = Demanda alta del producto final de la Cía.

DM = Demanda media del producto final de la Cía.

DB = Demanda baja del producto final de la Cía.

Para determinar la decisión óptima fue necesario conocer mayor información respecto a las probabilidades de ocurrencia de cada estado de la naturaleza (DA,DM,DB).

El resultado final de la decisión se expresa en términos de ganancias netas. La administración de la Cía. ha estimado las ganancias netas para este problema:

Alternativas De Decisión	Estados de la Naturaleza (Niveles de demanda)		
	DA	DM	DB
Fabricar (F)	130	40	-20
Comprar(C)	70	45	10

- Determine la decisión óptimo según criterio del valor esperado (VME) y suponiendo $P(DA) = 0.30$, $P(DM) = 0.30$, $P(DB) = 0.40$.
- Calcular el valor esperado de la información perfecta (VMEIP)
- Calcular el valor esperado de la información de la muestra e identifique la decisión óptima.
- Calcule la información de la eficiencia de la muestra.

8. La empresa Global de TV, está analizando un nuevo programa en un horario de gran audiencia. La empresa ha entrado en negociaciones con varios actores

conocidos que pudieran dirigir el programa. El presidente del directorio de Global, quiere saber cuánto invertir?. Todo dependería del éxito que puede tener este nuevo programa.

- El objetivo principal es la cantidad a invertir y la decisión estratégica que se debe tomar es el nivel de inversión.
- Las alternativas de decisión, sobre niveles de inversión son :
 - 1) Nivel bajo (B): Ninguno de los actores contratados es “conocido”
 - 2) Nivel moderado (M): El conductor del programa sería un “actor conocido” apoyado por otros no conocidos.
 - 3) Nivel Alto (A): El programa tendría dos actores conocidos más otros “no conocidos”

Las implicancias financieras de estas decisiones dependen del éxito futuro desconocido del programa. Los estados futuros o posibles resultados serían:

- 1) Fracaso (F): Menos del 10% de los televidentes ven el programa
- 2) Éxito (E): Entre el 10 y 20% de los televidentes ven el programa
- 3) Gran Éxito (G): Más del 20% de los televidentes ven el programa.

La matriz de ganancias (en millones de \$), luego de un riguroso análisis es:

	F	E	G
B	-2	5	8
M	-5	10	12
A	-8	6	15

CRITERIO PROBABILISTICO (Criterio del Valor Monetario Esperado) según el conocimiento del mercado y del problema, se pueden asignar probabilidades. El área de investigación supone que tanto el éxito como el fracaso pueden tener igual probabilidad de ocurrencia. En cambio la probabilidad de que el programa sea un gran éxito es diferente y menor. Puede ser entonces: $P(F) = 0.40$, $P(E) = 0.40$, $P(G) = 0.20$

- Calcular el valor monetario esperado (VME)
 - Calcular por Maxmax, Maxmin, Minmax, Intermedio, Laplace.
9. Observa la tabla de pagos, en el cual las entradas están en rendimientos netos en dólares. Suponga que esta es una decisión sin ningún conocimiento del estado de la naturaleza.
- a) ¿Cuál es la decisión óptima si se usa el criterio de LAPLACE?
 - b) ¿Cuál es la decisión óptima si se usa el criterio maximax?

c) ¿Cuál es la decisión óptima si se usa el criterio maximin?

Acción	S1	S2	S3	S4
A1	35	22	25	12
A2	27	25	20	18
A3	22	25	25	28
A4	20	25	28	33

10. Phil Johnson, de Johnson's Printing en Chicago, debe decidir si acepta un contrato de trabajo de impresión para el gobierno o volar a los Ángeles para participar en la licitación para un folleto. Restricciones en la capacidad le impiden realizar los dos trabajos y tiene que decidir sobre el contrato del gobierno antes de comenzar el proceso de licitación. El estima la tabla de retribuciones en términos del rendimiento neto en dólares, como se muestra en la tabla.

Decisión	No obtener en contrato del folleto. S1	Obtener el contrato del folleto. S2
A1: Aceptar el contrato del gobierno	1000	1000
A2: No Aceptar el contrato del gobierno	-1000	4000

- a) ¿Cuál es la decisión óptima si se usa el criterio maximax?
- b) Si la probabilidad de obtener el trabajo del folleto es $1/3$, cual decisión maximizaría su utilidad?
- c) ¿Cuál debe ser el valor más pequeño de $P(s2)$ para que Phil debe decidir ir a los Ángeles, si desea maximizar sus utilidades?

11. Se desea invertir \$ 30000.- en la industria del desarrollo de software durante el próximo año, se sabe que la inversión puede financiar un empleado durante 12 meses y se debe decidir a qué empresa conviene desarrollarle software, ya que el rendimiento de la inversión está directamente relacionado con la venta de dicho software. Si se desarrolla para la empresa A y el mercado está "a la alza" la inversión puede producir un rendimiento del 50 %. Si las condiciones del mercado

de software no son favorables (mercado “a la baja”) el rendimiento puede ser negativo del 20 % de lo que se invirtió. La empresa B es más segura, garantiza una ganancia del 25 % si el mercado está en alza y sólo de un 5 % si el mercado está en baja. Las nuevas publicaciones en revistas relacionadas al mercado de la producción de software predicen un 60 % de probabilidad de que el mercado esté en alza y un 40 % de probabilidad de que el mercado esté en baja.

12. Un granjero recibe una oferta de \$ 50000.- por su próxima cosecha de naranjas, los cuales recibirá independientemente de la cantidad y calidad de las mismas. . Si no acepta la oferta deberá venderlas en el mercado, en el cual, en condiciones normales obtendrá \$ 70000. Si tiene algún inconveniente climático, la cosecha se estropeará y percibirá solo \$ 15000.-
Determinar la opción recomendable:

a. Suponiendo que existe la misma probabilidad de que se den las condiciones normales y de que haya algún inconveniente climático.

b.- ¿Cuál sería la decisión si los pronósticos climáticos auguran buen clima con una probabilidad de 65%?

c.- ¿Cuál es la probabilidad donde se igualen los valores esperados de ambas alternativas de decisión? A partir de este resultado ¿Qué conclusiones puede elaborar?

13. Una compañía que elabora un analgésico se encuentra ante la alternativa de realizar la compra de la materia prima básica. Esta es una droga que debe importarse y puede comprarse de dos formas distintas: encargando al extranjero el envío con cuatro meses de anticipación al invierno a un precio de \$ 200 por toneladas, u ordenar en el extranjero los pedidos con un mes de anticipación al invierno con un recargo de \$ 25 por tonelada si se compran 4 toneladas y \$ 75 por tonelada si la compra es de una cantidad mayor.

En el caso de elegirse la primera alternativa y resultar insuficiente la cantidad pedida para satisfacer la demanda, se deberán realizar compras durante el invierno a los proveedores de la competencia en el mercado nacional, debiéndose pagar \$ 350 por la primera tonelada que se compre y \$ 550 por las siguientes.

La compañía se ha impuesto la restricción de no dejar demanda insatisfecha pues ello le arrancararía una pérdida de mercado tan importante que se le ha asignado un costo infinito.

Si se sabe con precisión que la demanda, si el invierno es suave, implicará un consumo de materia prima de 4 toneladas, 5 si el invierno es normal y 6 si es riguroso.

No se puede atribuir ninguna probabilidad objetiva a cada uno de los estados de la naturaleza.

Las materias primas que han sido compradas, pero que no se utilizan son inútiles para ser empleadas al año siguiente o en otro producto, por lo tanto su valor de salvamento es cero.

a) Armar la matriz de decisiones.

b) Cuál sería la decisión recomendada según los siguientes criterios:

- 1) Wald
- 2) Laplace
- 3) Savage
- 4) Hurwicz (coeficiente de optimismo = 0.8)

14. Mickey Lawson considera invertir un dinero que heredó. La siguiente tabla de pagos da las ganancias que obtendría durante el siguiente año para cada una de las tres alternativas de inversión que Mickey está considerando:

ALTERNATIVA DE DECISIÓN	ESTADO DE NATURALEZA	
	ECONOMÍA BUENA	ECONOMÍA MALA
Mercado de valores	80,000	-20,000
Bonos	30,000	20,000
Certificados de depósito	23,000	23,000
Probabilidad	0.5	0.5

¿Qué decisión maximizaría las ganancias esperadas?

b) ¿Cuál es la cantidad máxima que debería pagar por un pronóstico perfecto de la economía?

15. Allen Young siempre ha estado orgulloso de sus estrategias de inversión personales y le ha ido muy bien en los años recientes. Invierte principalmente en el mercado de valores. Sin embargo, durante los últimos meses Allen ha estado muy preocupado por el mercado de valores como una buena inversión. En algunos casos, hubiera sido mejor que tuviera su dinero en un banco y no en la bolsa de valores. Durante el siguiente año, Allen debe decidir si invertir \$10,000 en el

mercado de valores o en un certificado de depósito (CD) a una tasa de interés de 9%. Si el mercado es bueno, Allen cree que puede tener un rendimiento de 14% sobre su dinero. Con un mercado regular, espera obtener 8% de rendimiento. Si el mercado es malo, lo más probable es que no tenga rendimiento —en otras palabras, el retorno sería de 0%. Allen estima que la probabilidad de un mercado bueno es de 0.4, la probabilidad de un mercado regular es de 0.4, y la probabilidad de un mercado malo es de 0.2, y él busca maximizar su rendimiento promedio a largo plazo.

- a. Desarrolle una tabla de decisiones para este problema.
- b. ¿Cuál es la mejor decisión?

(ARBOLES DE DECISIÓN)

16. Mónica Britt ha disfrutado la navegación en barcos pequeños desde que tenía 7 años, cuando su madre comenzó a navegar con ella. En la actualidad Mónica considera la posibilidad de comenzar una compañía para fabricar veleros pequeños para el mercado recreacional. A diferencia de la producción de veleros en masa, estos veleros se harían específicamente para niños de entre 10 y 15 años. Los botes serán de la más alta calidad y extremadamente estables, y el tamaño de las velas se reducirá para evitar que se volteen.

Su decisión básica es si construir una planta de manufactura grande, una pequeña o no construir ninguna. Con un mercado favorable, Mónica puede esperar un ingreso de \$90,000 con la planta grande, o bien, \$60,000 con la planta más pequeña. Sin embargo, si el mercado es desfavorable, Mónica estima que perdería \$30,000 con una planta grande y tan solo \$20,000 con una planta pequeña. Debido a los gastos para desarrollar los moldes iniciales y adquirir el equipo necesario para producir veleros de fibra de vidrio para niños, Mónica ha decidido realizar un estudio piloto para asegurarse de que el mercado de veleros será adecuado. Estima que el estudio piloto le costará \$10,000. Asimismo, el estudio puede ser favorable o desfavorable.

Mónica estima que la probabilidad de un mercado favorable dado que el estudio piloto fue favorable es de 0.8. La probabilidad de un mercado desfavorable dado que el estudio fue desfavorable se estima en 0.9. Mónica piensa que hay una posibilidad de 0.65 de que el estudio piloto sea favorable. Desde luego, Mónica puede saltarse el estudio piloto y simplemente tomar la decisión de construir una planta grande, una pequeña o ninguna. Sin hacer pruebas con un estudio piloto, estima que la probabilidad de un mercado favorable es de 0.6. ¿Qué le recomendaría? Calcule el VEIM.

17. Jenny Lind es una escritora de novelas románticas. Tanto una compañía fílmica como una red televisiva quieren los derechos exclusivos de una de sus obras más populares. Si ella firma con la red recibirá una sola suma fija, pero si firma con la compañía fílmica la cifra que recibirá dependerá de la respuesta del mercado ante la película. Las retribuciones de Jenny están resumidas en la tabla.

Decisión	ESTADOS DE LA NATURALEZA		
	Taquilla baja 0.3	Taquilla media 0.6	Taquilla alta 0.1
Firmar con la compañía fílmica	\$200,000	\$1,000,000	\$3,000,000
Firmar con la red de TV	900,000	900,000	900,000

Si las estimaciones de probabilidades para los estados de la naturaleza son $P(\text{baja})=0.3$; $P(\text{media})=0.6$ y $P(\text{alta})=0.1$. ¿A quién debe vender Jenny los derechos? , ¿Cuánto es lo más que debe estar dispuesto a pagar para saber el monto de la taquilla, antes de decidir con quien firmar?

Ella puede contratar a una empresa que se dedique a la investigación mercado, para hacer una encuesta con un costo de \$100,000. El resultado de la encuesta consistirá en una respuesta del público favorable (F) o desfavorable (D) a la película. La capacidad de la firma para poner una tasa en el mercado medido mediante probabilidades condicionales es:

$$P(F/\text{baja})=0.3 \qquad P(D/\text{baja})=0.7$$

$$P(F/\text{media})=0.6 \qquad P(D/\text{media})=0.4$$

$$P(F/\text{alta})=0.8 \qquad P(D/\text{alta})=0.2$$

- Dibuje un árbol de decisión para este modelo.
- ¿Debe Jenny debe mandar a hacer la encuesta? ¿Cómo debe utilizar los resultados de la encuesta?

18. Una empresa tiene que decidir si continúa la distribución regional (CA) de un producto o lo ensancha a una distribución nacional. Esto representa un punto de decisión para la empresa.

Los eventos causales que pueden afectar la decisión de distribución nacional o regional consisten en saber si habrá una gran demanda nacional para el producto, una demanda mediana o una limitada.

Si hay una gran demanda podrían esperarse utilidades de 4 millones de dólares, mientras que podrían esperarse utilidades de 2 millones de dólares o de 0.5 millones con una demanda mediana o limitada respectivamente.

Para una distribución regional pueden pronosticarse las utilidades siguientes.

Si la demanda es grande, la empresa puede obtener 2 millones de dólares. Por otra parte, si la demanda regional es mediana o limitada las utilidades en 1.8 y 1.5 millones de dólares respectivamente.

Las probabilidades de ocurrencia de los tres tipos de demanda son 0.5 para una gran demanda, 0.25 y 0.25 para demandas mediana y limitada respectivamente.

19. Una compañía de seguros le ofrece una indemnización por accidente de \$210,000; Si no acepta la oferta y decide ir a juicio, puede obtener \$185,000, \$415,000 o \$580,000 dependiendo de las alegaciones que el juez considere aceptable. Si pierde el juicio debe pagar los costos que ascienden a \$30,000.

Se sabe que el 70% de los juicios se ganan y de éstos en el 50% se obtiene la menor indemnización, en el 30% la intermedia y en el 20% la más alta. Determinar la decisión más acertada.

20. Una fábrica esta evaluada en 15 millones. La fábrica desea incorporar un nuevo producto al mercado. Existen tres estrategias para incorporar el nuevo producto.

- Alternativa 1: Hacer un estudio de mercado del producto para determinar si se introduce o no al mercado.
- Alternativa 2: Introducir inmediatamente el producto (sin estudio)
- Alternativa 3: No lanzar el producto al mercado.

En ausencia de estudios de mercado, la fábrica estima que el producto tiene un 55% de posibilidades de ser exitoso y de 45% de ser un fracaso. Si el producto tiene éxito la fábrica aumentaría en 10 millones su valor, pero si fracasa se devaluaría en 3 millones.

El estudio de mercado vale 1 millón. El estudio predice que existe un 60% de probabilidad de que el producto sería exitoso. Si el estudio de mercado determina que el producto sería exitoso, existe un 85% de posibilidades que efectivamente lo sea. Si el estudio de mercado determina que el producto sería un fracaso, existe un

10% de posibilidades que el producto sea exitoso. Si la empresa no desea correr riesgo que estrategia debería seguir.

21. Usemos un árbol de decisión para ayudar al dueño y gerente de un hotel invernal cómo administrarlo en la próxima temporada. Sus utilidades durante la estación del esquiar en el presente año dependerá de las nevadas que caigan en los meses invernales. Basándose en su experiencia pasada, piensa que la distribución de probabilidad de las nevadas y la utilidad resultante pueden ser resumidas en la siguiente tabla.

Distribución de las nevadas y utilidades del hotel

Cantidad de nieve	Utilidad	Probabilidad de ocurrencia
Más de 40 pulgadas	\$120,000	0.4
De 20-40 pulgadas	40,000	0.2
Menos de 20 pulgadas	-40,000	0.4

El director recibió una oferta de una gran cadena hotelera para dirigir el hotel en la estación invernal garantizándole una ganancia de \$45,000. También ha estado examinando la conveniencia de arrendar el equipo para producir nieve en esa estación. Si arrienda el equipo, el hotel podrá operar todo el tiempo sin importar la cantidad de nevadas naturales. Si decide emplear nieve producida por el equipo para complementar la nieve natural, su utilidad en la temporada será de \$120,000 menos el costo de arrendamiento de \$12,000 por estación, prescindiendo de cuanto lo use. El costo de operación será de \$10,000 si la nieve tiene más 40 pulgadas, 50,000 si fluctúa entre 20 y 40 pulgadas y 90,000 si es menor que 20 pulgadas.

BLOQUE DE PROBLEMAS DE TEORÍA DE JUEGOS

1. El sindicato y la administración de una compañía negocian el nuevo contrato colectivo. Por ahora las negociaciones están congeladas, pues la empresa ha hecho una oferta "final" de un aumento salarial de \$1.10 por hora y el sindicato una demanda "final" de un aumento de \$1.60 por hora. Ambas partes han acordado que un árbitro imparcial establezca el aumento en alguna cantidad entre \$1.10 por hora y \$1.60 por hora (inclusive).

El arbitraje ha pedido a cada parte que le presente una propuesta confidencial de un aumento salarial económicamente razonable y justo (redondeado a los diez centavos más cercanos). Por experiencias anteriores, ambas partes saben que por lo general el árbitro acepta la propuesta del lado que cede más en su cifra final. Si ningún lado cambia su cantidad final o si ambos ceden en la misma cantidad, el arbitraje suele establecer una cifra a la mitad (\$1.35 en este caso). Ahora, cada parte necesita determinar qué aumento proponer para obtener un beneficio máximo.

Formule este problema como un juego de dos personas y suma cero.

- Dos fabricantes compiten por las ventas de dos líneas de productos distintas pero igualmente redituables. En ambos casos, el volumen de ventas del fabricante 2 es el triple del que logra el fabricante 1. En vista de algunos avances tecnológicos, ambos harán mejoras importantes a los dos productos, pero no están seguros de la estrategia de desarrollo y comercialización que deben seguir. Si desarrollan al mismo tiempo las mejoras de los dos productos, ningún fabricante podrá tenerlos listos para la venta antes de 12 meses. Una alternativa es llevar a cabo un “programa intensivo” para desarrollar primero uno de los dos productos y tratar de comercializarlo antes de que la competencia lo haga. Si actúa de esta manera, el fabricante 2 podría tener un producto listo para la venta en nueve meses, mientras que el fabricante 1 requeriría 10 meses (por compromisos previos de sus instalaciones). Cualquiera de los fabricantes podría tener el segundo producto listo en otros nueve meses.

Para cualquier línea de producto, si los dos fabricantes comercializan los modelos mejorados simultáneamente, se estima que el fabricante 1 aumentaría 8% (de 25 a 33%) el porcentaje del total de las ventas futuras de este producto. De la misma manera, el fabricante 1 aumentaría sus ventas 20, 30 y 40% del total si comercializa el producto 2, seis y ocho meses antes que el fabricante 2, respectivamente. Por otro lado, el fabricante 1 perdería 4, 10, 12 y 14% del total si el fabricante 2 logra comercializar uno, tres, siete y diez meses antes que él. Formule este problema como un juego de suma cero de dos personas y determine la estrategia que deben seguir los dos fabricantes según el criterio minimax.

- Para la siguiente matriz de pagos determine la estrategia óptima de cada jugador. Para ello elimine de manera sucesiva las estrategias dominadas. (Indique el orden en el que elimina las estrategias.)

		Jugador 2		
		1	2	3
Jugador 1	1	-3	1	2
	2	1	2	1
	3	1	0	-2

- En la siguiente matriz de pago, determine la estrategia óptima de cada jugador. Para ello elimine de manera sucesiva las estrategias dominadas. Proporcione una lista de estas estrategias dominadas (y la estrategia dominante correspondiente) en el orden en el que las eliminó.

		Jugador 2			
		1	2	3	4
Jugador 1	1	2	-3	-1	1
	2	-1	1	-2	2
	3	-1	2	-1	3

5. Encuentre el punto silla del juego que tiene la siguiente matriz de pagos. Utilice el criterio minimax para encontrar la mejor estrategia de cada jugador. ¿Tiene este juego un punto silla? ¿Se trata de un juego estable?

		Jugador 2		
		1	2	3
Jugador 1	1	1	-1	1
	2	-2	0	3
	3	3	1	2

6. Encuentre el punto silla del juego que tiene la siguiente matriz de pagos. Aplique el criterio minimax para encontrar la mejor estrategia de cada jugador. ¿Tiene este juego un punto silla? ¿Se trata de un juego estable?

		Jugador 2			
		1	2	3	4
Jugador 1	1	3	-3	-2	-4
	2	-4	-2	-1	1
	3	1	-1	2	0

7. Considere el juego que tiene la siguiente matriz de pagos.
- Formular el problema para encontrar las estrategias mixtas óptimas de acuerdo con el criterio minimax, como un problema de programación lineal.
 - Aplique el método simplex para encontrar estas estrategias mixtas.

		Jugador 2			
		1	2	3	4
Jugador 1	1	5	0	3	1
	2	2	4	3	2
	3	3	2	0	4

8. Siga las instrucciones del problema anterior (VII) para el juego que tiene la siguiente matriz de pagos.

		Jugador 2				
		1	2	3	4	5
Jugador 1	1	1	-3	2	-2	1
	2	2	3	0	3	-2
	3	0	4	-1	-3	2
	4	-4	0	-2	2	-1

9. En los juegos (a) y (b) dados a continuación, la retribución es para el jugador A. Cada juego tiene una solución de estrategia pura. En cada caso, determine las estrategias que definen el punto de silla y el valor del juego.

(a)

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	6	2	8
A_2	8	9	4	5
A_3	7	5	3	5

(b)

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	4	-4	-5	6
A_2	-3	-4	-9	-2
A_3	6	7	-8	-9
A_4	7	3	-9	5

10. Dos compañías promueven dos productos competidores. En la actualidad, cada producto controla 50% del mercado. Debido a mejoras recientes en los dos productos, cada compañía planea lanzar una campaña publicitaria. Si ninguna de las dos compañías se anuncia, continuarán iguales las partes del mercado. Si alguna de las compañías lanza una campaña

más agresiva, la otra compañía con toda certeza perderá un porcentaje proporcional de sus clientes.

Un encuesta del mercado muestra que se puede llegar a 50% de los clientes potenciales por medio de la televisión, a 30% por medio de periódicos, y a 20% por medio de la radio.

- Formule el problema como un juego de suma cero entre dos personas, y determine el medio publicitario para cada compañía.

11. La Empresa DI, después de seguir consejo y haber conseguido resultados óptimos, decide consultar la estrategia a seguir para competir con la empresa DII. Ha desarrollado un modelo de pronósticos de ventas de cada uno de los productos de su empresa, en función de sus decisiones y las de la empresa DII. Estos datos los han recogido en la matriz de pago que se muestra. ¿Cuál es el informe que debes presentar a la empresa DI? Describir su estrategia, la de DII y el valor del juego.

		DII			
		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
DI	A ₁	50	20	120	-50
	A ₂	60	20	70	60
	A ₃	-20	0	-40	60

12. Dos prisioneros han sido acusados de cometer un robo junto. El juez les da una oportunidad: Si ambos confiesan, los sentenciará a 5 años de prisión a cada uno; si uno confiesa y el otro no, al primero le dará un año y al segundo 10; finalmente, si ninguno de los dos confiesa, el juez, a falta de pruebas, sólo los puede sentenciar a 2 años a cada uno por posesión ilegal de armas. Resolver el dilema de los prisioneros. ¿Cuáles son los años esperados de prisión para cada prisionero?

13. Las dos principales cadenas de tiendas de una ciudad están preparando su mejor estrategia para realizar la liquidación de término de temporada de invierno. Estas empresas deben decidir qué semana del mes de julio es la más conveniente para realizar su liquidación. En la siguiente matriz se indican las posibles estrategias y los resultados que obtienen cada empresa en términos de las utilidades netas de la temporada.

		Cadena 2		
		1ª Semana	2ª Semana	3ª Semana
Cadena 1	1ª Semana	30	40	65
	2ª Semana	15	25	35
	3ª Semana	35	35	60

De acuerdo a los datos responda justificando claramente:

- ¿Tiene la cadena 1 una estrategia dominante? ¿Tiene alguna estrategia dominada?
- ¿Tiene la cadena 2 una estrategia dominante? ¿Tiene alguna estrategia dominada?
- ¿Existe algún equilibrio de Nash?
- ¿Cuál es el equilibrio cooperativo? ¿Es estable?

14. Los dos principales canales de televisión (TVX y TVY) están compitiendo por la teleaudiencia en los horarios entre las 20 y 21 horas y entre las 22 y 23 horas de las noches de los lunes. Cada canal tiene dos programas, uno de ellos más atractivo (estelar) que el otro, y debe decidir en qué horario transmitir cada programa. Las programaciones posibles para el programa estelar de cada canal llevan a los siguientes ratings totales (ambos programas sumados) para cada canal:

Matriz de Pagos		TVY	
		20-21 hrs.	22-23 hrs.
TVX	20-21 hrs.	17	16
	22-23 hrs.	13	18

15. Dos firmas compiten por un mercado que vale 100. Cada firma tiene dos opciones: ser agresiva (A) o ser negociadora (N). Si las dos firmas eligen la misma estrategia, el mercado se divide equitativamente. Si una firma agresiva se enfrenta con una negociadora, la agresiva se queda con el 75% del mercado y la negociadora con el 25%. El costo del comportamiento agresivo (por ejemplo, por bajar los precios) es un valor c .

- Represente el juego en forma normal
- ¿Para qué valores de c negociar es una estrategia estrictamente dominante? Interprete

Bibliografía:

- Introducción a la Investigación de Operaciones/Autores: Frederick S. Hillier y Gerald J. Lieberman/ Editorial Mc. Graw Hill/novena edición -2010.
- Investigación de Operaciones/Autor:Hamdy A. Taha/ Editorial Pearson/novena edición - 2012.
- Métodos cuantitativos para negocios/Autores: Render – Stair – Hanna/Editorial Pearson/ undécima edición – 2012.
- Investigación de Operaciones/Autor: Wayne L. Wilson/Editorial Thompson/cuarta edición - 2005.
- Investigación de Operaciones en las Ciencias Administrativas/Autores: Eppen-Gould-Schmidt-Moore-Weatherford/Editorial Pearson/quinta edición 2000.
- Guías prácticas de Investigación de Operaciones/Autor: Julio R. Vargas - 2010

Software:

1. WinQSB ver. 2
2. POM-QM ver. 3.1
3. TORA
4. OM para Exel ver.10