

PROBLEMAS RESUELTOS DE ASIGNACIÓN POR EL MÉTODO HUNGARO

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES I

Prof.: MSc. Julio Rito Vargas Avilés.

Método Húngaro:

Los *problemas de asignación* incluyen aplicaciones tales como asignar personas a tareas. Aunque sus aplicaciones parecen diferir de las del problema del transporte, constituye un caso particular.

Los problemas de transporte y asignación son casos particulares de un grupo más grande de problemas, llamados *problemas de flujo en redes*.

Suposiciones de un problema de asignación:

1. El número de asignados es igual al número de tareas (se denota por n). (esto puede variar).
2. Cada asignado se asigna exactamente a **una** tarea.
3. Cada tarea debe realizarla exactamente **un** asignado.
4. Existe un costo c_{ij} asociado con el asignado i ($i=1,2,\dots,n$).
5. El objetivo es determinar cómo deben hacerse las asignaciones para minimizar los costos totales.

Pasos para resolver un problema de Asignación por el método Húngaro.

1. A todos los elementos de cada columna restar el menor elemento de la columna. En la matriz resultante, restar a todos los elementos de cada fila el menor elemento de la fila. Así se garantiza la obtención de por lo menos un cero en cada fila y columna.
2. Con la matriz resultante, verificar la existencia de una solución óptima. Para encontrarla se debe asignar un cero a cada fila (comenzando por las que tengan menor N° de ceros), y cancelar los demás ceros de esa fila y los ceros de la columna en la que se encuentra ese cero. Repetir esta operación hasta que no queden ceros sin asignar o cancelar.
Si no existe solución óptima ir al paso 3.
3. Realizar lo siguiente:
 - a) Marcar con un * todas la filas que no contengan ceros asignados.
 - b) Marcar todas las columnas que contengan uno o más ceros cancelados en alguna fila marcada.
 - c) Marcar toda fila que tenga un cero asignado en una columna marcada.

- d) Repetir b) y c) hasta que no sea posible marcar más filas o columnas.
 - e) Poner un trazo (línea) sobre toda fila no marcada y sobre toda columna marcada.
4. Tomar el menor número no atravesado por un trazo (línea) y:
- Restarlo a todos los elementos de las filas no atravesadas.
 - Sumarlo a todos los elementos de columnas atravesadas.
- Volver al paso 2.

PROBLEMAS RESUELTOS

- I. La compañía de manufactura "Jiménez y Asociados" desea realizar una jornada de mantenimiento preventivo a sus tres máquinas principales A, B y C. El tiempo que demanda realizar el mantenimiento de cada máquina es de 1 día, sin embargo la jornada de mantenimiento no puede durar más de un día, teniendo en cuenta que la compañía cuenta con tres proveedores de servicios de mantenimiento debe de asignarse un equipo de mantenimiento a cada máquina para poder cumplir con la realización del mantenimiento preventivo. Teniendo en cuenta que según el grado de especialización de cada equipo prestador de servicios de mantenimiento el costo de la tarea varía para cada máquina en particular, debe de asignarse el equipo correcto a la máquina indicada con el objetivo de minimizar el costo total de la jornada. Los costos asociados se pueden observar en la siguiente tabla:

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
Equipo de mantenimiento 1	€ 10	€ 9	€ 5
Equipo de mantenimiento 2	€ 9	€ 8	€ 3
Equipo de mantenimiento 3	€ 6	€ 4	€ 7

Solución:

Paso 1: Encontramos el menor elemento de cada columna y restarlo de la columna respectiva.

- En la columna de la Máquina 1, el menor elemento es 6.
- En la columna de la Máquina 2, el menor elemento es 4
- En la columna de la Máquina 3, el menor elemento es 3.

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
Equipo de Mantenimiento 1	4	5	2
Equipo de Mantenimiento 2	3	4	0
Equipo de Mantenimiento 3	0	0	4

Encontramos el menor elemento de cada fila en la matriz resultante y restarlo de la fila respectiva.

- En la fila 1, el menor elemento es 2.
- En la fila 2, el menor elemento es 0.
- En la fila 3, el menor elemento es 0.

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
Equipo de Mantenimiento 1	2	3	0
Equipo de Mantenimiento 2	3	4	0
Equipo de Mantenimiento 3	0	0	4

Paso 2:

Hacemos las asignaciones iniciando por la fila que tenga menos ceros y tachando los ceros de las fila y columna donde hicimos la asignación.

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
Equipo de Mantenimiento 1	2	3	0
Equipo de Mantenimiento 2	3	4	0
Equipo de Mantenimiento 3	0	0	4

Pude ver que solo hicimos dos asignaciones, pero debimos haber hecho tres, por lo que no logramos la solución óptima y pasamos al paso 3.

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	
*	Equipo de Mantenimiento 1	2	3	0
*	Equipo de Mantenimiento 2	3	4	0
	Equipo de Mantenimiento 3	0	0	4

*

Marcamos con * las filas 1 y 2 y la columna 3. De acuerdo al algoritmo de Húngaro.

Paso 4: El menor elemento de los no atravesados en la matriz es: 2

- Se lo restamos a todos los elementos de las filas no atravesadas.
- Se lo sumamos a todos los elementos de las columnas atravesadas.

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
* Equipo de Mantenimiento 1	0	1	0
* Equipo de Mantenimiento 2	1	2	0
Equipo de Mantenimiento 3	0	0	5

Hacemos nuevamente las asignaciones empezando por las filas que tengan menos ceros.

	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3
Equipo de Mantenimiento 1	0	1	0
Equipo de Mantenimiento 2	1	2	0
Equipo de Mantenimiento 3	0	0	5

El orden en que asignamos es el siguiente:

- Primero asignamos el equipo 2 a la Máquina 3 y tachamos el cero que hay en la columna de la Máquina 3.
- Segundo asignamos el Equipo 1 a la Máquina 1 y tachamos el cero que hay en la columna de la Máquina 1.
- Tercero asignamos el Equipo 3 a la Máquina 1.

Por ende la asignación que representa el menor costo para la jornada de mantenimiento preventivo determina que el Equipo 1 realice el mantenimiento de la Máquina 1, el Equipo 2 realice el mantenimiento de la Máquina 3 y el Equipo 3 realice el mantenimiento de la Máquina 2, jornada que tendrá un costo total de 17 unidades monetarias.

- II. Se desea asignar 4 máquinas a 4 lugares posibles. A continuación se presentan los costos asociados.

Maquina\Lugar	1	2	3	4
1	3	5	3	3
2	5	14	10	10
3	12	6	19	17
4	2	17	10	12

Paso 1: Al igual que en el ejemplo anterior restamos cada columna del menor elemento y luego con la matriz resultante hacemos lo mismo pero por fila. La matriz resulta como se muestra.

Maquina\Lugar	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	6	4	4
3	9	0	15	13
4	0	12	7	9

Paso 2: Ahora a la matriz resultante hacemos las asignaciones.

Máquina\Lugar	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	6	4	4
3	9	0	15	13
4	0	12	7	9

Puede ver que solo logramos hacer tres asignaciones no logramos asignar la Máquina 4 por lo que no alcanzamos el óptimo.

Paso 3:

a) Marcar con un * todas la filas que no contengan ceros asignados.

Máquina\Lugar	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	6	4	4
3	9	0	15	13
* 4	0	12	7	9

b) Marcar con * todas las columnas que contengan uno o más ceros cancelados en alguna fila marcada.

Máquina\Lugar	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	6	4	4
3	9	0	15	13
* 4	0	12	7	9

c) Marcar toda fila que tenga un cero asignado en una columna marcada.

Máquina\Lugar	1	2	3	4
1	1	0	0	0
* 2	0	6	4	4
3	9	0	15	13
* 4	0	12	7	9

d) No hay más

e) Poner un trazo (línea) sobre toda fila no marcada y sobre toda columna marcada.

*

Máquina\Lugar	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	6	4	4
3	9	0	15	13
4	0	12	7	9

4. El menor número es 4.

*

Máquina\Lugar	1	2	3	4
1	5	0	0	0
2	0	2	0	0
3	13	0	15	13
4	0	8	3	5

Hacemos nuevamente las asignaciones:

Máquina\Lugar	1	2	3	4
1	5	0	0	0
2	0	2	0	0
3	13	0	15	13
4	0	8	3	5

Hemos alcanzado el Óptimo pues hay 4 asignaciones:

- Máquina 1 a lugar 3 -> 3
- Máquina 2 a lugar 4 --> 10
- Máquina 3 a lugar 2 -> 6
- Máquina 4 a lugar 1 -> 2

Para un total de 20.